

INTRODUZIONE

L'obiettivo del lavoro è quello di far utilizzare agli studenti gli strumenti matematici e le nozioni apprese durante le lezioni teoriche in classe, in modo da favorirne una più completa comprensione. Inoltre la visualizzazione immediata dei moti armonici, delle onde trasversali e longitudinali e orbitali, agevola notevolmente gli studenti nella comprensione dell'effetto di alcuni parametri che caratterizzano le onde.

Il programma finale è il risultato di un lavoro di unione di vari sottoprogrammi ciascuno incentrato su fenomeni diversi: moti armonici e loro composizione, onde trasversali, onde longitudinali, onde orbitali e onde del mare.

Al termine delle spiegazioni teoriche di un fenomeno, ogni studente ha elaborato un suo programma; al termine dell'unità didattica è stato scelto il programma da inserire nel programma finale, fra quelli correttamente funzionanti, didatticamente più chiari e esteticamente accettabili.

Anche l'assemblaggio di tutti i programmi è stato svolto dagli alunni; al programma completo sono state aggiunte modifiche e miglioramenti attinti dal lavoro svolto da molti studenti. Il risultato finale è perciò da considerarsi un lavoro di gruppo di tutta la classe e non di pochi singoli.

Il programma ottenuto, e in particolare l'insieme dei primi tre sottoprogrammi, può risultare un utile strumento didattico per l'introduzione ai moti armonici, alla composizione di moti armonici nel piano e al meccanismo di generazione delle onde, anche per l'insegnante che vuole svolgere la parte tradizionale di programma di fisica (onde) e matematica (funzioni goniometriche), senza volersi occupare di onde di superficie.

Per un migliore utilizzo didattico, ogni programma ha una breve guida di accompagnamento in cui vengono suggerite le caratteristiche da osservare e come modificare alcuni parametri.

La spiegazione in dettaglio della struttura del programma è fornita di seguito, solo per il programma di simulazione delle onde del mare. Non è stata fornita spiegazione dei programmi più semplici in quanto ognuno di essi si può ritenere una parte del programma di simulazione delle onde del mare.

SIMULAZIONE DEL PROFILO DELLE ONDE DEL MARE

Per la simulazione del profilo delle onde del mare sono state prese in considerazione onde aventi lunghezza d'onda superiore al metro; in queste condizioni sono rilevanti solo le onde di gravità e sono del tutto trascurabili le onde dovute alla tensione superficiale.

Il punto di partenza consiste nell'osservare che le onde sulla superficie dei liquidi sono onde orbitali, in quanto le particelle percorrono orbite chiuse, di forma ellittica.

La simulazione consiste nel riprodurre questo moto delle molecole d'acqua all'interno di una sezione del liquido, rispettando le condizioni imposte dalla fisica e dalla matematica, con la possibilità di impostare liberamente alcuni parametri, come lunghezza d'onda e ampiezza dell'onda. La simulazione permetterà di determinare il profilo dell'onda di superficie e le sue principali caratteristiche.

Riepilogo delle equazioni fisico-matematiche

Prima di analizzare il programma, riportiamo le considerazioni fisiche fondamentali, utilizzando la simbologia e le approssimazioni utilizzate per la simulazione.

Le particelle di acqua sono in moto su traiettorie ellittiche, con la stessa frequenza ma con diversa fase.

Tutte le particelle che si trovano nella posizione $x_i=0$ (colonna d'acqua posta all'origine del sistema di riferimento orizzontale) oscilleranno in fase secondo le equazioni:

$$x = x_i + A_i \cdot \cos[(t/T)2\pi]$$

$$y = y_i + B_i \cdot \sin [(t/T)2\pi]$$

dove x_i, y_i rappresentano la posizione orizzontale e verticale media della particella, A_i e B_i sono rispettivamente i semiassi orizzontale e verticale dell'ellisse, T è il periodo di oscillazione. A distanza x dall'origine dovrà essere considerato un ritardo di fase dell'onda pari a $2\pi x/\lambda$, dove λ è la lunghezza d'onda; si ottiene quindi:

$$x = x_i + A_i \cdot \cos[(t/T - x/\lambda)2\pi]$$

$$y = y_i + B_i \cdot \sin [(t/T - x/\lambda)2\pi]$$

La lunghezza d'onda λ e l'ampiezza di oscillazione verticale A alla superficie, vengono direttamente assegnati dall'utilizzatore del programma.

Invece A_i, B_i e T devono essere calcolati. Per questo calcolo è necessario conoscere la profondità del fondale (h), anch'essa stabilita dall'utilizzatore del programma di simulazione.

L'ampiezza degli assi della ellisse A_i e B_i decrescono rapidamente all'aumentare della profondità. L'andamento in funzione della profondità y e della lunghezza d'onda è in generale piuttosto complessa; il calcolo diventa più semplice separando due regimi distinti e approssimando mediante sviluppo di Taylor al secondo ordine (questi calcoli non sono stati affrontati dagli studenti):

a) regime di acque profonde (ovvero $h > \frac{\lambda}{2\pi}$)

h rappresenta la profondità del fondale, y la profondità, A_i e B_i i semiassi dell'orbita ellittica alle varie profondità y , v la velocità dell'onda, λ la lunghezza d'onda e g l'accelerazione di gravità.

$$A_i(y) \cong B_i(y) \cong A e^{-y/2\pi\lambda}$$

$$v \cong \sqrt{\frac{\lambda g}{2\pi}}$$

In questo regime le orbite sono circonferenze (perché i due semiassi sono circa uguali), aventi raggio che decresce esponenzialmente col rapporto fra la profondità y e la lunghezza d'onda.

La velocità delle onde è indipendente dalla profondità del fondale ed è proporzionale alla radice quadrata della lunghezza d'onda. Quindi onde di differente lunghezza d'onda viaggiano a diversa velocità; le onde con lunghezza d'onda maggiore hanno velocità maggiore.

b) regime di acque basse (ovvero $h < \frac{\lambda}{2\pi}$):

h rappresenta la profondità del fondale, y la profondità, A_i e B_i i semiassi dell'orbita ellittica alle varie profondità y , v la velocità dell'onda, λ la lunghezza d'onda e g l'accelerazione di gravità.

$$A_i(y) \cong A \left(\frac{2\pi y}{\lambda} + \frac{\lambda}{2\pi h} + \frac{\pi h}{\lambda} \right)$$

$$B_i(y) \cong A(1 + y/h)$$

$$v \cong \sqrt{gh}$$

In questo regime la traiettoria è ellittica, con valore degli assi che decresce linearmente all'aumentare del rapporto profondità/lunghezza d'onda. Sul fondo l'oscillazione è solo orizzontale (perché $B_i=0$ quando $y=-h$).

Inoltre la velocità di propagazione dell'onda dipende dalla profondità del fondale e risulta proporzionale alla radice di h .

In condizioni di acqua bassa la velocità delle onde è indipendente dalla lunghezza d'onda (sempre che λ soddisfi la condizione di acqua bassa); tutte si muovono alla stessa velocità.

Anche in questo caso il periodo T si ricava dalla conoscenza di λ e velocità v : $T=\lambda/v$

Analisi del programma

In dettaglio il programma è visionabile nel listato allegato, ma si ritiene opportuno sintetizzare i punti fondamentali che lo compongono.

I dati da inserire sono la lunghezza d'onda, la profondità del fondale e l'ampiezza dell'onda.

Il programma analizza tali dati per determinare in quale regime (acqua bassa o profonda) si trova il sistema. In base al regime viene calcolata la velocità delle onde e il periodo dell'onda.

Un doppio ciclo for..to permette di visualizzare una matrice di punti di 30 colonne e 10 righe.

Le coordinate di questi punti sono calcolate a partire dalla posizione media di ciascun punto ai vertici di un reticolo rettangolare, aggiungendo un termine oscillatorio $A_i*\cos[(t/T+x/L)2\pi]$ in orizzontale e un termine oscillatorio $B_i*\sin [(t/T+x/L)2\pi]$ in verticale.

L'ampiezza di tali oscillazioni dipende dai fattori A_i e B_i .

Tali fattori variano in funzione della profondità; il tipo di dipendenza dalla profondità dipende dal tipo di regime in corso. Il programma distingue il tipo di regime e calcola, per ogni posizione (x_i,y_i) il corrispondente valore dei coefficienti A_i e B_i .

L'istruzione pset (x,y) permette di visualizzare il punto di coordinate (x,y)

Il nucleo centrale del programma sopra descritto è schematicamente il seguente:

```
For xi=0 to x_max
```

```
For yi=-h to 0
```

```
    If h>L/2π then ' regime di acqua profonda
```

```
        Ai=A *e2πyi/L
```

```
        Bi=A *e2πyi/L
```

```
        T=√2πL/g
```

```
    Else ' regime di acqua bassa
```

```
        Ai=A(2πyi/L+πh/L+L/2πh)
```

```
        Bi=A(1+yi/h)
```

```
        T=L/√gh
```

```
x= xi + Ai * cos[(t/T+x/L)2π] ' oscillazione orizzontale
```

```
y= yi + Bi * sin [(t/T+x/L)2π] ' oscillazione verticale
```

```
Pset(x,y) ' grafica punti.
```

```
Next yi
```

```
Next xi
```

Il programma in Visual Basic permette di utilizzare la funzione "timer" per effettuare questa parte di programma ad intervalli di tempo regolari (è stato scelto 1/10 di secondo).

Tutti i comandi di via, stop e reset vengono inviati tramite bottoni di comando, i dati di ingresso (profondità, lunghezza d'onda e ampiezza) vengono modificati tramite barre di scorrimento, i dati in uscita (regime, periodo, velocità) vengono visualizzati in opportune caselle.

Il valore massimo x_{max} , riportato sulla scala orizzontale, può essere modificato mediante barra di scorrimento. Effettuando un ciclo con passo x_{max}/N si mantiene la grafica di N punti in orizzontale (è stato scelto $N=30$) anche variando x_{max} .

Il valore massimo sull'asse y è costante, di valore $+20m$. Il valore minimo dell'asse y coincide col valore della profondità del fondale se questa è inferiore a $40m$. Per valori superiori mediante il pulsante "zoom" è possibile scegliere di continuare a visualizzare ancora uno strato di profondità di $40m$. Col pulsante "elimina zoom" si ritorna alla visualizzazione fino alla profondità del fondale.

Anche per la scala y si calcola il passo del ciclo in modo tale che siano sempre riportati 10 punti.

I valori sulle scale orizzontali e verticali sono comunque visualizzati a fianco del grafico.

I pulsanti che permettono di scegliere se evidenziare in rosso il profilo dell'onda, agiscono unendo, mediante segmenti, i punti della riga a livello superiore.

I tre cerchi di colore verde permettono di concentrare l'attenzione sul moto di alcune particelle e di evidenziarne la traiettoria.

Infine è stato aggiunto un pulsante denominato "vento", la cui azione non ha solide basi fisico-matematiche ed ha il solo scopo di far capire qualitativamente come possano generarsi i frangenti dovuti al vento (al largo) o all'azione frenante dei fondali (a riva). Si è ipotizzato che alla base del fenomeno potesse esserci una asimmetria nella velocità di moto delle particelle mentre percorrono la parte inferiore e quella superiore dell'orbita. Il programma simula tale asimmetria modificando la velocità di scorrimento del tempo, in modo da farlo scorrere più rapidamente quando le molecole sono nella parte superiore della traiettoria più lentamente quando percorrono la parte inferiore.

Codice del programma

Il seguente codice è stato scritto in Visual Basic 6.0. A tale codice è associato un form, un modulo e un file Visual Basic Project, indispensabili per il corretto funzionamento. Il programma è disponibile sotto il nome onde.exe (eseguibile, non modificabile) oppure, nella versione modificabile per chi dispone di Visual Basic, sotto il nome onde.frm (form) +onde.vbp (project)+onde.bas (modulo).

```
Private Sub Command1_Click() ' pulsante avvio
sx = 60
Picture1.ScaleLeft = 0 'scala picture1: x da 0 a sx;
Picture1.ScaleWidth = sx
Picture1.ScaleTop = 10 'scala picture1: y da +20 a -40
Picture1.ScaleHeight = -30
pigrco = 3.1415
zoom = 0
t = 0 ' azzera il timer
X = 0
Y = 0
Timer1.Enabled = True ' attivazione timer
End Sub

Private Sub Command2_Click() ' pulsante stop
Timer1.Enabled = False ' blocco timer
End Sub

Private Sub Command3_Click()
zoom = 1
End Sub
```

```

Private Sub Command4_Click()
zoom = 0
End Sub

Private Sub Command5_Click()
d = 1
End Sub

Private Sub Command6_Click()
d = 0
End Sub

Private Sub Command7_Click() 'reset
HScroll1.Value = 80
sx = 60
HScroll2.Value = 4
HScroll3.Value = 50
HScroll4.Value = 20
HScroll5.Value = 0
a = 3
l = 40
r = 0
h = 30

Text2.Text = a ' asse orizzontale
Text5.Text = l ' lunghezza d'onda
Text1.Text = r
Text6.Text = h

End Sub

Private Sub Command9_Click()
pag0.Visible = True
pag0.Enabled = True
pag2.Visible = False
pag2.Enabled = False
pag3.Visible = False
pag3.Enabled = False
pag1.Visible = False
pag1.Enabled = False
End Sub

Private Sub HScroll1_Change()
Label11.Caption = HScroll1.Value
sx = Val(Label11.Caption)
End Sub

Private Sub HScroll2_Change()
Text2.Text = HScroll2.Value
End Sub

Private Sub HScroll3_Change()
Text5.Text = HScroll3.Value
End Sub

Private Sub HScroll4_Change()
Text6.Text = HScroll4.Value
End Sub

Private Sub HScroll5_Change()
Text1.Text = HScroll5.Value
End Sub

Private Sub Timer1_Timer() 'timer

t = t + 0.1 'incremento contatore tempo

Picture1.Cls ' cancella grafico
Picture1.BackColor = vbBlack ' sfondo del grafico

a = Val(Text2.Text) ' asse orizzontale
l = Val(Text5.Text) ' lunghezza d'onda

```

```

r = Val(Text1.Text)      ' attrito
h = Val(Text6.Text)     ' profondità

If l < 6 * a Then        'avviso condizione errata fra ampiezza e lungh d'onda
Label15.BackColor = vbRed
Label15.Visible = True
Else
Label15.Visible = False
End If

If h < 1 / (2 * pigreco) Then
p = 1 / (9.8 * h) ^ 0.5 ' calcolo periodo se acqua bassa
Else
p = (2 * pigreco * l / 9.8) ^ 0.5 ' calcolo periodo se acqua alta
End If
Text4.Text = p          ' visualizza periodo

If h < 1 / (2 * pigreco) Or h < 40 Then ' annulla zoom se regime acqua bassa
zoom = 0                ' o se h inferiore a 40 m
End If

If l > sx Then          ' controllo valore scala asse x
Label16.Visible = True
Label16.Caption = "consigliato aumentare scala asse x"
Label16.BackColor = vbRed
End If
If l < sx Then
Label16.Visible = False
End If

Picture1.ScaleWidth = sx ' stabilisce la la scala x

If zoom = 0 Then
Picture1.ScaleTop = 20   'se zoom - scala picture1: y da +20 a -h
Picture1.ScaleHeight = -(h + 20)
hh = h
Label13.Caption = -h & " m" ' scrive valori scala su asse verticale
Label14.Caption = "+20 m"
End If

If zoom = 1 Then        'se zoom + scala picture1: y da +20 a -40
Picture1.ScaleTop = 20
Picture1.ScaleHeight = -60
hh = 40
Label13.Caption = "-40 m" ' scrive valori scala su asse verticale
Label14.Caption = "+20 m"
End If

For yi = -hh To 0 Step (hh / 10) 'visualizzo 10 punti in verticale
For xi = 0 To sx Step sx / 30   'visualizzo 30 punti in orizzontale

t1 = t + r / 100 * Y           ' t1= tempo dipendente da altezza per "effetto vento"

If h > 1 / (2 * pigreco) Then   ' caso acqua profonda:
ai = a * Exp(yi / (2 * pigreco)) ' ampiezza in funzione profondità
bi = a * Exp(yi / (2 * pigreco))
Text7.Text = "acqua profonda"
End If

' caso acqua bassa: ampiezza in funzione profondità
If h < 1 / (2 * pigreco) Then
ai = a * (1 / (2 * pigreco * h) + 2 * pigreco * yi / l)
bi = a * (1 + yi / h)
Text7.Text = "acqua bassa"
End If

xold = X                      ' memorizza i precedenti valori per traccia profilo
yold = Y

X = xi + ai * Cos((t1 / p + xi / l) * 6.28) ' coordinate punti da equazione onda
Y = yi + bi * Sin((t1 / p + xi / l) * 6.28)

Picture1.PSet (X, Y), vbWhite    ' grafica punti

If xi = sx / 3 And yi = 0 Then    ' 1° cerchietto verde

```

```

Picture1.Circle (X, Y), sx / 100, vbGreen
End If

If xi = sx / 3 And yi = -hh / 2 Then      ' 2° cerchietto verde
Picture1.Circle (X, Y), sx / 100, vbGreen
End If

If xi = sx / 3 And yi = -hh Then        ' 3° cerchietto verde
Picture1.Circle (X, Y), sx / 100, vbGreen
End If

If yi = 0 And xi <> 0 And d = 1 Then    ' traccia profilo onda
Picture1.Line (xold, yold)-(X, Y), vbRed
End If

Next xi
Next yi

Label6.Caption = CInt(t)                'visualizza tempo trascorso

v = 1 / p
Label7.Caption = CInt(v)                ' display velocità onda
End Sub

```