LICEO SCIENTIFICO STATALE
"O. GRASSI" SAVONA

Progetto Lauree Scientifiche

Anno Scolastico 2005-2006

Laboratorio di matematica
"MODELLIZZAZIONE DELLE ONDE MARINE SUPERFICIALI"

Coordinatore: Prof. Giacomo Caviglia
(Dipartimento di Matematica- Università degli Studi di Genova)

Docenti collaboratori:

Bruno Bellonotto,
Vittorio Calzona,
Nunzio Di Stefano,
Maria Clara Persico (progettista).

Introduzione.

L’obiettivo didattico del lavoro è quello di utilizzare il modello matematico delle onde armoniche per presentare agli studenti del quarto anno del liceo scientifico, la descrizione di alcuni tratti fenomenologici delle onde d’acqua superficiali.

Queste ultime sono piuttosto complesse da studiare:

“*Esse sono il peggiore esempio possibile, perché non sono sotto alcuno aspetto simili al suono e alla luce; hanno tutte le complicazioni che le onde possono avere”*

La provocazione sopra riportata del fisico teorico Richard Faynman induce a riflettere sulle molteplici difficoltà che si possono incontrare nella caratterizzazione dinamica di tali fenomeni fisici.

L’elaborato è strutturato in due parti.

La prima di carattere teorico e pone l’attenzione:

1. **sulla transizione** di carattere **fisico matematico** che intercorre **tra il passaggio dal moto armonico alle onde armoniche**, con particolare enfasi sul concetto di **funzione d’onda**. Troppo spesso si tende a semplificare questo argomento senza porre la dovuta attenzione al significato di questa funzione che racchiude in sé una **doppia periodicità**: **quella spaziale e quella temporale**.

2. **sul principio di sovrapposizione** che ha un interesse rilevante in tutti i **processi fisici lineari**.

3. **classificazione** fenomenologica delle **onde d’acqua superficiali** : onde di acqua profonda e onde di acqua bassa; per le quali è possibile dare l’andamento analitico delle velocità di fase.

La seconda parte presenta un **programma di simulazione numerica** (codificato in Visual Basic) in cui a partire dai dati di ingresso: lunghezza d’onda, profondità del fondale e ampiezza d’onda è possibile dedurre il profilo delle onde del mare.

Il lavoro svolto costituisce un primo nucleo teorico-numerico su una serie di problemi fisici la cui modellizazione e risoluzione presenta notevole difficoltà strutturali, poiché richiede la conoscenza di un formalismo di analisi e complementi di analisi matematica conosciuti molto parzialmente dagli studenti di un triennio liceale. Tale difficoltà didattica ha stimolato i docenti nell’attività di programmazione inducendoli a porre l’attenzione su dei modelli teorici elementari da un punto di vista matematico, ma ancora fisicamente significativi.

Obiettivi e prerequisiti del progetto.

Obiettivi.

- ruolo e significato dei modelli matematici nell'ambito della propagazione delle onde armoniche;

- fenomenologia e aspetti qualitativi delle onde d'acqua superficiali;

- utilizzo di un programma in Visual Basic per la simulazione numerica del profilo delle onde del mare.

Prerequisiti.

- **Matematica**

- funzioni goniometriche; formule goniometriche; grafici di funzioni goniometriche elementari e relative trasformazioni (traslazioni, dilatazioni); zeri e monotonia delle funzioni goniometriche

- **Fisica**

- Forze centrali e moto armonico semplice; moto armonico smorzato; composizione di moti armonici aventi il medesimo periodo; composizione di moti armonici che hanno periodi differenti (battimenti).

- Struttura e proprietà dei liquidi. Fenomeni di superficie. Forze che si originano sulla superficie libera di un liquido. Energia e forze di tensione superficiale. Coefficiente di tensione superficiale. Capillarità.

Indice degli argomenti.

I) Dal moto armonico alle onde armoniche.

I. 1) Formalizzazione matematica delle onde.

L'equazione oraria del moto armonico semplice:

$$x(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$$

è tipica della cinematica unidimensionale ed è rappresentata da una funzione periodica di periodo $T = \frac{2\pi}{\omega}$, fase iniziale φ e A elongazione massima, la quale rappresenta l'andamento di una perturbazione armonica in funzione del tempo. Invece il meccanismo fisico della propagazione delle onde armoniche presenta una ulteriore difficoltà; oltre alla periodicità temporale è presenta anche al periodicità spaziale.

- Meccanismo fisico della propagazione.

Quando si accende una lampadina la stanza si riempie di luce. Quando suoniamo una campana o accendiamo una radio, il suono può essere udito in punti lontani. Se siamo su di una spiaggia e un motoscafo passa distante dalla riva, la scia che esso produce può giungere fino a noi. Per quanto il meccanismo fisico sia diverso in tutti i processi sopra descritti, essi hanno una caratteristica comune: **sono stati fisici che vengono prodotti in un punto dello spazio, si propagano attraverso di esso e si possono rilevare in un altro punto dopo un certo istante di tempo**. Questi fenomeni fisici sono tutti esempi di propagazione di onde.

- Formalizzazione matematica.

Data la natura del fenomeno fisico, un'onda unidimensionale sarà formalmente descritta quando sapremo esprimere la relazione matematica:

$$\xi = f(x,t)$$

In altre parole, descrivere un'onda consisterà nell'individuare una particolare funzione f di x e di t che ci permetta di ricavare l'andamento della perturbazione fisica ξ di un qualunque punto dello spazio in un istante qualsiasi.
Per comprendere la natura fisico matematica della descrizione della propagazione delle onde scegliamo di suddividere l'analisi della funzione $\xi = f(x,t)$ in due fasi successive.

1. Si consideri una funzione $\xi = f(x)$ rappresentata graficamente da una curva continua in un certo intervallo finito. Se si sostituisce x con (x-a) si ottiene la funzione $\xi = f(x-a)$. Ovviamente la forma della curva non è mutata, gli stessi valori di ξ si ottengono per valori di x incrementati della quantità a. Inoltre osserviamo che:
    - se a > 0, la curva è traslata di una quantità a verso destra nel piano cartesiano;

- se a < 0, la curva è traslata di una quantità a verso sinistra nel piano cartesiano.

2. Se l'ampiezza della traslazione a = vt, dove v è la velocità e t è il tempo l'equazione: $\xi = f(x - vt)$ rappresenta una curva che si muove verso destra con velocità v detta **velocità di fase**. Analogamente $\xi = f(x + vt)$ rappresenta una curva che si muove verso sinistra con velocità v.

Si conclude che una funzione matematica del tipo:

$$\xi\,(x,t) = f(x \pm vt) \qquad (1)$$

è in grado di descrivere uno stato fisico che si muove (o si propaga) senza deformazione lungo l'asse x nel verso positivo o in quello negativo.
La $\xi = f(x,t)$ può rappresentare una grande quantità di grandezze fisiche: la deformazione di un solido, la pressione in un gas, il campo magnetico o elettrico, **l'altezza di un punto qualunque di un'onda d'acqua in un qualsiasi istante di tempo.**

I. 2) Onde armoniche.

Un caso particolarmente interessante è quello in cui la $\xi\,(x,t)$ è una funzione sinusoidale o armonica, cioè

$$\xi\,(x,t) = \xi\,.\,\sin[k(x - vt)]\,. \qquad (2)$$

La grandezza k ha un significato fisico particolare. Sostituendo a x il valore $x + \frac{2\pi}{k}$, si ottiene lo stesso valore di $\xi\,(x,t)$,cioè:

$$\xi\,(x + \frac{2\pi}{k} - vt) = \xi\,.\,\sin\left[k\left(x + \frac{2\pi}{k} - vt\right)\right] = \xi\,.\,\sin[k(x - vt) + 2\pi] = \xi\,(x - vt)$$

Quindi la quantità $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ è la **periodicità nello spazio** della curva; cioè, la curva ripete se stessa ogni lunghezza λ. La lunghezza λ è detta **lunghezza d'onda**. La grandezza fisica $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ rappresenta il **numero d'onda**.
Quindi:

$$\xi\,(x,t) = \xi\,.\,\sin[k(x - vt)] = \xi\,.\,\sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt)\right] \qquad (3)$$

Rappresenta un'onda armonica di lunghezza d'onda λ che si propaga verso destra lungo l'asse delle ascisse con velocità di fase v.
L'equazione precedente può anche essere scritta nella forma:

$$\xi\,(x,t) = \xi\,.\,\sin(kx - \omega\,t) \qquad (4)$$

dove $\omega = kv = \frac{2\pi v}{\lambda}$ dà la **pulsazione dell'onda.**

Poiché ω = 2πf, dove f è la frequenza con cui lo stato fisico varia in ciascun punto x, si ottiene la relazione:

$$\lambda f = v \qquad (5)$$

tra la lunghezza d'onda, la frequenza e la velocità di propagazione.
Ovviamente, se T = 2π/ω = 1/f è il periodo di oscillazione in ogni punto, si ha che l'equazione (4) diventa:

$$\xi(x,t) = \xi_0 \sin 2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right). \qquad (6)$$

Analogamente

$$\xi(x,t) = \xi_0\, senk(x + vt) = \xi_0 \sin(kx + \omega t) = \xi_0 \sin 2\pi\left(\frac{x}{\lambda} + \frac{t}{T}\right)$$

rappresenta un'onda armonica che si muove nella direzione x<0.

L'onda presenta, dunque, una doppia periodicità: una nel tempo, definita dal periodo T che riguarda i singoli oscillatori; un'altra nello spazio, definita dalla lunghezza d'onda λ, che riguarda gli infiniti oscillatori posti lungo una medesima direzioni di propagazione.

I. 3) Onde complicate costituite da onde semplici: principio di sovrapposizione.

L'aver individuato la funzione d'onda $\xi(x,t)$ nel caso di una perturbazione monocromatica (definita da una singola frequenza) costituisce un risultato di poco conto poiché le onde sinusoidali rappresentano un sottoinsieme del vastissimo mondo dei fenomeni ondulatori. Tuttavia questa apparente limitazione può essere superata attraverso il principio di sovrapposizione.

Secondo il principio di sovrapposizione, dal punto di vista analitico la funzione d'onda $\xi(x,t)$ di una qualsiasi perturbazione oscillatoria può essere espressa nella forma:

$$\xi(x,t) = \xi_1(x,t) + \xi_2(x,t) + \ldots\ldots\ldots\ldots + \xi_n(x,t) = \sum_1^n \xi_i(x,t) \qquad (7)$$

dove $\xi_1(x,t), \xi_2(x,t), \ldots\ldots\ldots\ldots, \xi_n(x,t)$ indicano le funzioni d'onda delle componenti monocromatiche che sovrapponendosi danno luogo all'onda risultante caratterizzata dalla funzione d'onda $\xi(x,t)$.
In generale non è affatto semplice determinare analiticamente tale funzione d'onda; si tratta di sommare algebricamente delle funzioni goniometriche i cui parametri fisici possono anche essere molto diversi tra loro. Tuttavia vi sono alcuni casi semplici e interessanti come:

- onde stazionarie con la stessa ampiezza, la medesima lunghezza d'onda che si propagano in versi opposti con velocità di fase uguale in modulo;
- interferenza di due onde che si propagano con la stessa frequenza, medesima direzione e uguale velocità di fase.

I. 4) Problemi.

1. ***onde stazionarie con la stessa ampiezza, la medesima lunghezza d'onda che si propagano in versi opposti con velocità di fase uguale in modulo***

Assegnata la funzione d'onda di due onde monocromatiche aventi la stessa ampiezza, la medesima lunghezza d'onda che si propagano in versi opposti con velocità di fase uguale in modulo:

$$\xi_1(x,t) = A\cos(kx - \omega t)$$

$$\xi_2(x,t) = A\cos(kx + \omega t)$$

Verificare applicando il principio di sovrapposizione che la funzione d'onda risultante sarà:

$$\xi(x,t) = \xi_1(x,t) + \xi_2(x,t) = [2A\cos(kx)]\cos(\omega t)$$

Analizzare con attenzione l'espressione ottenuta. Al variare della coordinata x del punto prescelto si possono rilevare ampiezze di oscillazione diverse:

a. i punti per i quali si ha cos(kx) = 1 oscilleranno con ampiezza massima pari a 2A;
b. i punti per i quali si ha cos(kx) = 0 non oscilleranno affatto.

I punti situati tra quelli del primo tipo (detti **ventri**) e quelli del secondo tipo (detti **nodi**) hanno un'ampiezza di oscillazione intermedia. Un'onda di questo genere è detta **stazionaria**. Questa dizione sta ad indicare che la forma dell'onda, guardata a istanti di tempo diversi, non appare aver" viaggiato" (essersi propagata).
Un esempio di onda stazionaria è quella generata da una corda di violino di lunghezza l fissata ai due estremi.

Verificare che $l = n\frac{\lambda}{2}$ con n = 1,2,3………Questo corrisponde a dire che nella corda del violino sarà possibile realizzare un'onda stazionaria solo se si produrrà una perturbazione di lunghezza d'onda pari a: $\lambda = \frac{2l}{n}$. Le onde stazionarie così generate prendono il nome di **armoniche**. Si chiama armonica fondamentale quella di massima lunghezza d'onda che si ottiene per n = 1, cioè $\lambda = 2l$.

2. ***interferenza di due onde che si propagano con la stessa frequenza, medesima direzione e uguale velocità di fase con sfasamento $\varphi_1 \neq \varphi_2$.***

Assegnate le funzioni d'onda:

$$\xi_1(x,t) = A_1\cos(kx - \omega t + \varphi_1)$$

$$\xi_2(x,t) = A_2\cos(kx - \omega t + \varphi_2)$$

Verificare che la funzione d'onda risultante dalla sovrapposizione $\xi(x,t) = \xi_1(x,t) + \xi_2(x,t)$ sarà:

a. se $\varphi_1 = \varphi_2$ l'interferenza provocherà l'onda descritta dalla funzione:

$$\xi(x,t) = (A_1 + A_2)\cos(kx - \omega t + \varphi_1)$$

b. se $\varphi_2 = \varphi_1 + \pi$ l'interferenza provocherà un'onda risultante descritta dalla funzione:

$$\xi(x,t) = (A_1 - A_2)\cos(kx - \omega t + \varphi_1)$$

Si osserva che il primo caso (a) corrisponde all'**interferenza costruttiva** e il secondo caso (b) all'**interferenza distruttiva**.

Verificare il problema dell'interferenza nel caso di due onde assolutamente identiche per ampiezza, lunghezza d'onda e frequenza, ma con angoli di fase φ_1, φ_2 tali che $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ e constatare che l'ampiezza dell'onda risultante è funzione dello sfasamento $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ tra le due onde componenti.

II) Onde d’acqua.

II. 1) Formazione delle onde del mare.

Le onde del mare sono onde superficiali che si propagano orizzontalmente restando confinate ad uno strato di acqua vicino alla superficie di contatto tra aria ed acqua. Il vento è la causa più comune di formazione di onde marine. Quando soffia il vento, la pressione e le forze di attrito esercitate dall’aria sulla superficie dell’acqua ne perturbano l’equilibrio. Trascinati dalla forza di attrito, gli strati di acqua a contatto con l’aria, e via via quelli ad esse vicini, sono sollecitati a scorrere parallelamente al vento. Si ha quindi trasferimenti di quantità di moto (e di energia) dall’aria all’acqua. Il meccanismo è rafforzato dal fatto che il vento non è perfettamente uniforme perché, ad esempio, le regioni di turbolenza sempre presenti provocano forti variazioni locali della pressione dell’aria, che contribuiscono a innalzare o abbassare il livello dell’acqua sottostante, rispetto alla situazione di equilibrio in assenza del vento. La forza di gravità e la tensione superficiale tendono a livellare la superficie perturbata dal vento, dando quindi origine alle oscillazioni che caratterizzano le onde. Dopo che si sono formate, le onde possono anche ricevere la spinta del vento per via diretta, comportandosi come se la loro porzione di superficie direttamente investita dal vento fosse una specie di vela.
Per quanto prolungata e intensa sia l’azione del vento, le onde non crescono indefinitamente. L’energia sottratta al vento viene dissipata dalla turbolenza. Ad esempio, le onde che si frangono trasformano l’energia “organizzata” del moto in un movimento caotico. Anche la viscosità sottrae energia, ma ad un ritmo minore rispetto alla turbolenza. Pertanto, le onde crescono in altezza ed eventualmente in lunghezza finché l’apporto di energia supera la perdita per dispersione.

Queste osservazioni bastano già per dare un’idea della complessità del fenomeno. Essenzialmente, perché possa esistere una oscillazione o un’onda deve esserci prima uno stato indisturbato di equilibrio (il mare calmo); deve esserci una forza di disturbo che allontana il sistema dall’equilibrio (l’azione del vento); deve esserci una forza di richiamo che tende a riportare il sistema in equilibrio (la forza di gravità e/o la tensione superficiale)

II. 2) Caratteristiche generali.

Le onde superficiali del mare sono spesso descritte come **onde orbitali progressive**. Indirettamente, si intende che hanno caratteristiche differenti da quelle delle onde trasversali (come le onde di una piastra vibrante, le cui particelle oscillano in direzione perpendicolare alla direzione di propagazione) e dalle onde stazionarie (per le quali non si ha propagazione di energia, come le onde di una corda di uno strumento musicale). Le onde del mare sono progressive perché il profilo d’onda si muove (progredisce) orizzontalmente da un luogo all’altro; sono orbitali perché le particelle d’acqua abbastanza vicine alla superficie del mare percorrono orbite chiuse, di forma vicina alla forma ellittica, con raggi che decrescono con la profondità.

L’onda superficiale ideale ha un profilo sinusoidale; si intende che la curva ottenuta sezionando la superficie del mare con un piano verticale parallelo alla direzione di propagazione è una sinusoide. I massimi e i minimi della sinusoide corrispondono alle creste e alle gole dell’onda. Durante il moto orbitale, le particelle completano un ciclo in corrispondenza del passaggio di un ciclo completo della sinusoide.
Sulla scala delle lunghezze, solitamente misurate in metri, la distanza orizzontale tra due creste adiacenti identifica la **lunghezza** (λ) dell’onda. La distanza verticale fra il punto più alto della cresta e il punto più basso della gola adiacente definisce l’**altezza** (H) dell’onda.

Sulla scala dei tempi, solitamente misurati in secondi, il **periodo** (T) dell'onda è il tempo necessario per il passaggio di due creste consecutive in un punto fissato. La **frequenza** (f) dell'onda è l'inverso del periodo; la frequenza misura il numero di cicli completati in un secondo.
La **velocità di fase** (v) è la velocità delle creste (o del profilo) nel moto orizzontale sulla superficie dell'acqua. Solitamente è misurato in metri al secondo.

Nella realtà accade frequentemente che le onde del mare non mostrino un profilo sinusoidale e che non abbiano lunghezza e periodo facilmente riconoscibili. Spesso la superficie del mare appare in moto quasi caotico, specialmente se guardata su piccola scala e/o in presenza del vento. La matematica dimostra, attraverso l'analisi di Fourier , che in condizioni abbastanza generali la superficie del mare risulta dalla sovrapposizione di molte onde componenti sinusoidali, di differenti periodi, lunghezze e velocità. Tipicamente, si realizza questa situazione quando le onde sono generate nel corso di una tempesta.

Quando il vento diminuisce le onde non spariscono: se non ci sono venti contrari abbastanza forti, le onde continuano a viaggiare sulla superficie del mare, per centinaia o migliaia di chilometri, finché raggiungono anche le nostre spiagge; talvolta queste onde sono chiamate "*swell waves*". Poiché onde di lunghezze differenti viaggiano con velocità differenti, le singole componenti sinusoidali appaiono separate a grandi distanze dalle regioni dove sono state generate (come i partecipanti ad una gara di marcia, tutti riuniti alla partenza e sempre più distaccati nel corso della gara, a causa delle differenti velocità). Le "*swell waves*" mostrano quindi una notevole "regolarità" e giustificano lo studio del caso sinusoidale, anche se le loro creste sono più appuntite e le gole sono più ampie di quelle di una figura sinusoidale ideale.

II. 3) Classificazione.

Le onde del mare possono essere classificate secondo la profondità dell'acqua, il meccanismo che genera le onde, la durata del periodo, la lunghezza dell'onda, la correlazione con la forza generatrice.

Una importante classificazione dipende dalla **profondità** h dell'acqua.
Dal punto di vista fisico, si origina dal riconoscimento che il moto delle particelle poste in agitazione dall'onda svanisce ad una certa profondità (come sa chiunque abbia nuotato sott'acqua). Un fondale abbastanza profondo non interferisce con il moto dell'onda, mentre un fondale molto vicino alla superficie non lascia abbastanza spazio perché il moto delle particelle possa pienamente instaurarsi; nel secondo caso l'onda subisce l'influenza del fondo, per cui i parametri tipici dell'onda dipendono dalla profondità. Dal punto di vista formale, la classificazione è basata sul valore del rapporto $\frac{\lambda}{h}$ fra lunghezza d'onda e profondità; ciò significa che viene scelta come unità di misura la profondità h, poi confrontata con un parametro di lunghezza (λ), caratteristico dell'onda considerata.
Le **onde di acqua profonda** sono caratterizzate dalla condizione $\frac{\lambda}{h} << 1$; quando la condizione è soddisfatta, tutte le caratteristiche delle onde sono indipendenti dalla profondità. In pratica, il diametro dei cammini orbitali delle particelle diminuisce con la profondità, finché diventa praticamente nullo alla profondità $\frac{\lambda}{2}$, per cui basta considerare il caso $\frac{\lambda}{h} < 2$. La velocità di propagazione è data da:

$$v = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}} \,. \qquad (8)$$

Questo implica in particolare che le onde di maggiore lunghezza d'onda attraversano con maggiore velocità la superficie del mare.

Le **onde di acqua bassa** corrispondono a profondità caratterrizzate dalla condizione $\frac{\lambda}{h} >> 1$. Le caratteristiche delle onde dipendono essenzialmente dalla profondità. Le orbite delle particelle sono ellissi allungate con asse maggiore orizzontale ed asse minore verticale; soltanto la lunghezza dell'asse minore diminuisce con la profondità finché, vicino al fondo, il moto delle particelle è solo orizzontale, con particelle che si spostano avanti e indietro al passaggio di un'onda (questo comportamento è facilmente osservabile sottoacqua). La velocità è data da:

$$v = \sqrt{gh}\ . \qquad (9)$$

Questo implica che quando diminuisce la profondità le onde rallentano. Uno tsunami, con lunghezza d'onda di centinaia di chilometri, può essere considerato come un'onda di acqua bassa, anche in corrispondenza delle zone più profonde degli oceani.

Nei casi intermedi si può parlare di **onde di profondità intermedia**.

Le onde possono essere classificate anche in base alla **durata del periodo**.
Le onde di durata più piccola, **onde di capillarità**, hanno periodi inferiori a 0,1 secondi, sono generate da piccolo sbuffi di vento, dipendono dalla tensione superficiale che agisce da forza di richiamo. Appartengono a questa classe le onde prodotte soffiando su una tazza di caffè per raffreddarlo.

Le onde più comuni, **onde di gravità**, hanno periodi variabili da 1 a 30 secondi, sono generate dal vento e dale tempeste, sono dovute alla forza di richiamo gravitazionale.

Le **onde lunghe** hanno periodi maggiori di 5 minuti, possono essere generate da venti molto intensi, da terremoti, da frane, da maree; hanno come forze di richiamo la gravità e la forza di Coriolis.

Fissando l'attenzione sul **meccanismo di generazione**, si è già osservato che le onde possono essere formate dall'azione del vento che, soffiando parallelamente alla superficie del mare, trasferisce quantità di moto dall'aria all'acqua, sia per via diretta che attraverso l'attrito.

Le **onde di impatto** sono generate da terremoti, frane; su piccolo scala, sono le onde generate da un sasso gettato nell'acqua; appartengono a questa categoria anche gli tsunami. Si considerano di impatto anche le onde generate da una forza applicata istantanea e poi ritirata; in questo caso sono anche chiamate **onde libere.** Spesso l'azione istantanea è modellizzata con l'assegnazione di condizioni iniziali opportune. L'evoluzione di un'onda libera dipende dal liquido su cui si propaga, e non dale caratteristiche della forza che le ha generate.

Si dice che sono **forzate** le onde sottoposte all'azione continuata del vento (o più in generale della forza) che le sta sollevando. Queste onde tendono ad assumere le caratteristiche della forza che le genera, con modifiche determinate dal liquidi. La marea è un'onda forzata; il cui periodo è correlate ai periodi del sole e della luna, ma risente anche dell'inerzia dell'acqua.

Bibliografia

- Frank s. Crawwford *“ La Fisica di Berkley 3 - Onde e Oscillazioni"*, Zanichelli, Bologna- 1972;

- P. A. Tipler, *" Fisica 2 "*, Zanichelli, Bologna- 1980;

- R. P. Feynman, *" La Fisica di Feynman - The Feynman Lectures on Physics" Volume I Parte 1, ADDISON WESLEY PUBLISHING COMPANY, 1968;*

- J. S. Walker, " Fisica " - A- Meccanica Onde, Zanichelli, Bologna - 2004.

- Appunti sulle " onde d'acqua " redatte dal coordinatore Prof. G. Caviglia