

Introduzione alla Teoria matematica dei giochi

La Teoria matematica dei giochi si occupa in generale delle tecniche matematiche per analizzare situazioni in cui due o più individui prendono decisioni che influenzeranno il proprio e l'altrui benessere.

Le situazioni che i teorici della Teoria dei giochi studiano non sono meramente ricreative come potrebbe erroneamente far pensare il termine *gioco*.

Nel linguaggio di questa giovane scienza (si può datare un inizio di questa moderna teoria con i lavori di Zermelo del 1913, di Borel Von Neumann del 1918 e di Von Neumann e Morgenstein del 1944) il termine *gioco* si riferisce ad ogni situazione sociale che coinvolge due o più individui: i *giocatori*.

I giocatori sono supposti sempre decisori razionali, cioè prenderanno decisioni tali da massimizzare i payoff della propria utilità attesa.

Un esempio di comportamento che tende a massimizzare il proprio payoff, può essere trovato nei *modelli di selezione evolutiva*.

In un universo dove il disordine crescente è una legge fisica, gli organismi complessi (includendo gli uomini o più in generale le organizzazioni sociali) possono sopravvivere solo se si comportano in un modo che tende a far aumentare le loro probabilità di sopravvivenza e di riproduzione.

Allora un argomento di selezione evolutivistica suggerisce che gli individui tendono a massimizzare il valore atteso di una qualche misura di sopravvivenza naturale e idoneità riproduttiva altrimenti vengono rimpiazzati.

In generale, massimizzare il payoff *dell'utilità attesa* non è lo stesso che massimizzare il payoff *monetario atteso*, perchè i valori dell'utilità non sono necessariamente in dollari.

Un individuo avverso al rischio aumenta di più la sua utilità attesa vincendo un dollaro quando è povero che vincendo lo stesso dollaro quando è ricco.

Questa osservazione ci suggerisce che per molti decisori razionali, l'utilità può non essere una funzione lineare del valore monetario.

La teoria dei giochi può essere vista come una estensione della *Teoria delle Decisioni* (al caso di 2 o più decisori razionali), quindi per comprendere le idee fondamentali della TdG una persona dovrebbe incominciare a studiare la Teoria delle Decisioni.

Le decisioni riempiono la nostra vita. È proprio la capacità di scegliere e di esprimere i nostri desideri che distingue la vita dell'essere intelligente da quello delle forme inferiori.

Ogni giorno prendiamo delle decisioni, ma alcune sono così poco importanti che ce ne dimentichiamo subito dopo (ad esempio, se mettere o no il sale nella minestra...), ma alcune, ad esempio quelle che incontriamo nella nostra vita professionale, sono così importanti che noi facciamo un'analisi accurata prima di prendere una decisione.

In cosa consiste questa analisi accurata?

O meglio, *chi è un buon decisore ?*

Una volta avute le idee chiare di come deve essere un buon decisore, allora potremo essere in grado di appoggiare o criticare le decisioni di altri, in particolare dei nostri rappresentanti e dei nostri mandanti.

Questo è il ruolo dei governi che prendono decisioni sul nostro benessere.

Lo fanno nel miglior modo possibile?

A volte dobbiamo delegare gli altri, e vorremmo essere certi che decidano bene quindi solo se sappiamo riconoscere un buon decisore possiamo essere certi di ciò .

Uno degli scopi della Teoria delle Decisioni è studiare che cosa è importante sapere per essere un buon decisore.

Faremo degli esempi "*provocanti*" :

ESEMPIO 1 (BORDA count)

Una compagnia televisiva nazionale sta facendo una selezione per un festival internazionale.

Sette giudici sono stati convocati e hanno ascoltato quattro canzoni che chiameremo semplicemente:

A, B, C, D.

Ciascun giudice classifica le canzoni in ordine di preferenza così da' quattro punti alla prima scelta, tre punti alla seconda e così via. . .

La canzone che avra' ottenuto il totale piu' alto di punti sarà la canzone vincente.

Sembra che i giudici abbiano votato come in tabella 1:

	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7
A	1	4	3	1	4	3	1
B	2	1	4	2	1	4	2
C	3	2	1	3	2	1	3
D	4	3	2	4	3	2	4

Quindi la canzone C è quella vincente.

Immediatamente gli autori della canzone A protestano, perchè la canzone D non doveva entrare nelle selezioni, infatti sussiste la regola che i cantautori dovrebbero essere amatori, ma gli scrittori della canzone D sono professionisti.

La compagnia televisiva ammette che è così e che è stato fatto un errore: la canzone D dovrebbe essere squalificata.

Ma qual' è il problema? La canzone D, infatti è in fondo.

Ciascun giudice preferiva la vittoria per la canzone C invece che per la D.

Così sembra che non ci sia stata alcuna ingiustizia, tuttavia gli autori della canzone A non sono soddisfatti.

L'argomento è che la canzone D doveva essere squalificata prima della classifica così i giudici avrebbero avuto solo tre canzoni da scegliere, cioè ciascun giudice avrebbe dato:

3 punti al primo posto
2 punti al secondo posto
1 punto al terzo posto

Supponendo che le preferenze rimangano quelle della tabella 1, le canzoni avrebbero ottenuto il seguente punteggio:

A $3+1+2+3+1+2+3=15$
B $2+3+1+2+3+1+2=14$
C $1+2+3+1+2+3+1=13$

così la canzone A sarebbe stata la vincitrice.

Sembra quindi che gli autori della canzone A avessero motivo di protestare.

Vediamo ora alcuni *Problemi di decisione reale*

Gli esempi della vita reale, in generale, possono essere molto complicati, inoltre, molte volte gli obiettivi di un decisore possono essere in contraddizione:

ad esempio è impossibile costruire un reattore nucleare minimizzando il suo costo di costruzione e massimizzando la sua sicurezza.

Vediamo altri esempi:

CONTROLLO NELLA BANCA DEL SANGUE.

Un ospedale ha una banca del sangue da cui desidera soddisfare ogni giorno le necessità per le trasfusioni.

Due sono i criteri importanti per valutare l'efficienza di una politica di controllo: la mancanza di sangue e la scadenza.

Capita una mancanza se una domanda per il sangue non può essere supplita dalle riserve della banca.

Tali mancanze non sono così catastrofiche come potrebbero sembrare, perché l'ospedale può chiamare i servizi di una banca del sangue regionale o anche portare il sangue dal donatore chiamato specificatamente per soddisfare una certa richiesta.

Non di meno si va incontro a problemi di costo e di ritardo; il sangue non ha una scadenza indefinita, infatti dopo poche settimane si deteriora e non può essere usato a lungo.

D'altra parte se la banca del sangue ne raccoglie in quantità superiori alle

sue necessità, la successiva scadenza e distruzione sarebbero un significativo spreco di risorse.

È ovvio che c'è INCERTEZZA, perchè la domanda della quantità di sangue in ogni periodo non è conosciuta, sebbene le esigenze passate possano dare qualche informazione per il futuro.

Questo è un problema decisionale.

Altro esempio:

DECISIONE DI POSIZIONARE UN AEROPORTO.

È stata presa la decisione di costruire un aeroporto. Un governo dovrebbe scegliere di porre un nuovo aeroporto internazionale?

In generale la scelta è limitata a pochi siti candidati per ragioni di richiesta geografica.

Dovranno essere evitate le montagne, i centri abitati, la vicinanza con altri aeroporti già esistenti, luoghi con pericolose correnti d'aria, eccetera. . .

Il governo deve trovare un opportuno compromesso tra molti obiettivi spesso diametralmente opposti.

Per minimizzare l'inconveniente del viaggio, l'aeroporto dovrebbe essere il posto più vicino possibile alla più grande città del paese, ma per salvaguardare la salute pubblica e minimizzare gli inconvenienti alla popolazione dovrebbe essere costruito il più lontano possibile dalle grandi città.

Ovviamente il governo dovrà *minimizzare i costi di costruzione e di mantenimento*, ancora vorrà massimizzare la capacità e desidererà costruire un aeroporto tale da aumentare il prestigio internazionale del paese.

I progetti su un aeroporto non sono mai a breve termine e la loro costruzione richiede molti anni.

È necessario sottolineare che ci sono varie incertezze?

Come sarà la domanda in futuro per il lavoro aeroportuale?

Come saranno in futuro i cambiamenti della crisi energetica? Questi potrebbero cambiare il costo drammaticamente e causare un veloce declino del traffico aereo.

I voli diventeranno più sicuri e più tranquilli?

Il prezzo del volo cambierà significativamente?

L'avvento del jet *wide body* con la sua capacità di portare 500 passeggeri in pochi minuti, non era prevista quando furono disegnati alcuni air-terminal negli ultimi cinquant'anni. . .

Ci sono quindi moltissimi fattori che contribuiscono all'incertezza di scegliere un luogo piuttosto che un altro.

gli aeroporti e i loro siti sono stati studiati a lungo in letteratura.

La comunicazione Roskill del Terzo Aeroporto di Londra ha pubblicato le delibere in 9 volumi! (cfr Keeney-Raiffa) .