

Progetto “Lauree scientifiche” - Laboratorio “Gioco voci-eco”

Paolo Boero, Francesca Morselli

Daniela Villa, Diego Lena

Introduzione: il progetto Lauree Scientifiche

Il laboratorio “Gioco voci - eco” è stato realizzato all’interno del progetto “Lauree scientifiche”.

Scopo generale del progetto è “migliorare il rapporto degli studenti con le materie scientifiche di base: chimica, fisica, matematica e scienza dei materiali” (dal sito ufficiale del progetto:

<http://www.progettolaureescientifiche.it/cgi-bin/WebObjects/pls.woa/wa/QWDirectAction?section=67&page=3>).

Nello specifico, il laboratorio è stato concepito all’interno del progetto locale realizzato dal Dipartimento di Matematica dell’Università di Genova, il cui obiettivo è “dare agli studenti della scuola secondaria una più corretta percezione della matematica, della sua ricchezza culturale e della sua interazione con le altre scienze” (dal sito del progetto locale: <http://pls.dima.unige.it/>). In particolare, il progetto locale sottolinea alcune finalità dei laboratori, finalità che rientrano chiaramente in quelle del laboratorio da noi realizzato:

- Aiutare gli studenti a costruire le loro conoscenze in modo attivo attraverso il laboratorio con cui si intende sviluppare lo spirito critico, la capacità di confronto e l’esigenza di lavorare in gruppo.
- Sviluppare una consapevolezza nei riguardi della scienza come promotrice di progresso, proponendo l’utilizzo della matematica, della statistica e delle scienze in senso lato attraverso le applicazioni.
- Sviluppare le relazioni fra scuole, università, imprese e altri Enti di ricerca e cultura.

Il laboratorio “Gioco voci-eco”

Scopo specifico del laboratorio “Gioco voci-eco” è stato favorire l’approccio degli allievi agli aspetti teorici della matematica e, più in generale, delle scienze.

Il laboratorio ha proposto un’attività didattica a partire da testi tratti dai "classici" della filosofia e della scienza (Aristotele, Galileo) ed ha consentito, come si vedrà, approfondimenti legati alla **matematica**, alle **scienze sperimentali** ed alla **filosofia**.

Agli scopi “generali” e “locali” del progetto Lauree Scientifiche, si aggiungono le motivazioni personali che hanno spinto gli insegnanti ad aderire al progetto e coinvolgere, in particolare, una classe di livello non alto: i docenti avevano intenzione coinvolgere gli studenti in un’attività extra-curricolare che li avvicinasse alla matematica e li rendesse più “aperti” e disponibili alla discussione in classe, al dibattito, alla costruzione sociale del sapere.

Il laboratorio è stato concepito riprendendo ed adattando ad un contesto scolastico nuovo (scuola secondaria superiore) la metodologia didattica del “**Gioco voci-eco**”, concepita e sperimentata dal gruppo di Ricerca Didattica dell’Università di Genova negli ultimi dieci anni¹. Un’altra “sfida” inerente alla realizzazione del progetto è legata alla scelta di svolgere il progetto coinvolgendo gli insegnanti di matematica e fisica e di filosofia, realizzando così un approccio multidisciplinare.

¹ Le basi teoriche della metodologia didattica e le analisi dei teaching experiment già realizzati sono stati oggetto di diverse comunicazioni a convegni internazionali di Didattica della Matematica, si veda la bibliografia.

Come previsto dal progetto locale, la realizzazione del laboratorio ha comportato una fase iniziale di **progettazione e coordinamento**, svolta in comune da docenti della Scuola e dell'Università, in cui si è tenuto conto delle finalità del progetto ma anche delle esigenze di programmazione didattica della classe, nonché delle esigenze e motivazioni degli insegnanti che hanno aderito al progetto. Come già accennato, una forte motivazione alla partecipazione del progetto da parte degli insegnanti era la volontà di coinvolgere gli studenti in un'attività che motivasse gli studenti allo studio e soprattutto alla partecipazione attiva alla discussione in classe. Questa volontà si può considerare un obiettivo specifico del laboratorio realizzato.

Una componente fondamentale della riflessione in fase di progettazione è stata l'individuazione di **obiettivi** di apprendimento sia disciplinari, sia relativi a competenze trasversali, nonché la scelta delle metodologie didattiche con cui condurre l'attività. Nello specifico, il laboratorio ha utilizzato la metodologia del Gioco Voci-Echi, opportunamente adattata al contesto di una scuola secondaria superiore ed alla gestione da parte di insegnanti di diverse discipline. Gli studi e i risultati precedentemente ottenuti sulla metodologia didattica del "Gioco Voci-Eco" sono serviti sia in fase di progettazione del laboratorio, che in fase di realizzazione, analisi dei risultati ottenuti e valutazione dello svolgimento del laboratorio.

La **riflessione a posteriori** sul laboratorio è stata svolta ancora in collaborazione tra docenti della scuola e dell'Università ed ha costituito la fase conclusiva, dopo progettazione ed esecuzione, dello svolgimento del laboratorio.

Il presente resoconto, che intende fornire informazioni sullo svolgimento del laboratorio ma anche sulle idee che hanno guidato la progettazione, nonché le linee guida per una corretta e fruttuosa analisi dei risultati ottenuti, vuole avere anche lo scopo di favorire un'eventuale diffusione e riproduzione dell'attività, come nello spirito del progetto Lauree Scientifiche. Secondo gli auspici del progetto locale, infatti, la collaborazione tra scuola ed università deve dare luogo alla realizzazione del laboratorio in classe ma anche alla produzione e diffusione di materiale didattico utilizzabile dagli insegnanti anche negli anni successivi.

Nel seguito, viene fornito un resoconto della realizzazione del laboratorio, che comprende, come già illustrato, tre fasi: progettazione, esecuzione, analisi a posteriori. Si noti che le tre fasi non sono del tutto distinte: è stata necessaria una costante opera di riflessione (di fatto, un'analisi in itinere) durante lo svolgimento stesso, al fine di apportare le eventuali correzioni necessarie e di sfruttare al meglio le occasioni di approfondimento manifestatesi.

Si premette un paragrafo di approfondimento teorico relativo alla metodologia del "Gioco Voci-Eco".

Approfondimento metodologico: il "Gioco voci-eco"

La metodologia didattica del "Gioco Voci-Eco" si propone di introdurre gli aspetti teorici della matematica e delle scienze sperimentali, partendo dalla constatazione che molti aspetti del pensiero teorico sono fuori della portata diretta degli studenti e difficili da comprendere se introdotti mediante le due più comuni strategie didattiche (l'approccio tradizionale-trasmissivo e l'approccio costruttivista), che non tengono conto degli ostacoli epistemologici legati alle nuove scoperte scientifiche e del loro carattere spesso contro-intuitivo.

La metodologia didattica del "Gioco voci-echi" si fonda sul presupposto che la conoscenza teorica è portata da "voci" (le "voci" della storia del pensiero); fare propria una conoscenza teorica significa modificare il proprio modo spontaneo, intuitivo di pensare i fenomeni del mondo e di descriverli in

accordo con tali "voci". L'idea di base del "Gioco Voci-Eco", concepito in un'ottica Vygotskijana, è che attraverso la *lettura* delle voci originali degli scienziati, guidata all'insegnante, e poi l'*imitazione attiva* i ragazzi possono avvicinarsi al pensiero teorico, comprendendo non solo i concetti trattati, ma anche e soprattutto le caratteristiche peculiari del pensiero scientifico, i modi di condurre un'argomentazione ecc.

Realizzazione del laboratorio

Il laboratorio è stato realizzato nella classe 4° A del Liceo Scientifico "Pacinotti" (La Spezia). Come anticipato, il metodo del "Gioco voci ed echi" era già stato realizzato a livello di scuola elementare e scuola media inferiore. L'attuazione di un laboratorio all'interno del Progetto "Lauree scientifiche" ha permesso di trasferire l'esperienza a livello di scuola superiore, in un contesto favorevole perché ha consentito di approfondire i legami con la Filosofia che erano stati toccati solo incidentalmente a livello di scuola elementare e media inferiore (si noti, tra l'altro, che già gli studenti più piccoli avevano manifestato interesse, al termine del laboratorio, per temi di Filosofia riguardanti la natura delle conoscenze e la loro origine).

Il tema del laboratorio

Il tema scelto dagli insegnanti coinvolti è quello della caduta dei gravi. Il percorso ha previsto dapprima un lavoro su testi di Aristotele, successivamente l'incontro con la "voce" di Galilei e la produzione di "echi" in forma di dialoghi galileiani, attraverso problemi legati all'allungamento di una molla.

Svolgimento del laboratorio: sintesi delle fasi di lavoro

La collaborazione è iniziata con alcuni incontri tra i docenti coinvolti, che si sono tenuti presso il Liceo Pacinotti.

Nel corso del **primo incontro**, gli insegnanti che hanno aderito al progetto hanno potuto esprimere le loro necessità e motivazioni e le loro preferenze in relazione ai possibili temi. Tra i temi proposti, come già accennato, è stato scelto il tema "La caduta dei gravi". Gli insegnanti anche ricevuto materiale sui progetti già realizzati con la metodologia didattica del Gioco Voci-Echi. Gli insegnanti hanno poi selezionato i brani più significativi di Aristotele e Galilei da proporre agli studenti. In particolare, l'insegnante di Filosofia ha curato una piccola antologia di brani che comprendeva, oltre ai brani direttamente legati al tema della caduta dei gravi, anche alcuni brani "di supporto" che hanno fornito informazioni complementari sulle teorie filosofiche in oggetto.

Il **secondo incontro** è servito per delineare un programma di massima dello svolgimento del progetto. Per consentire ad un collaboratore universitario di partecipare attivamente anche alla fase di realizzazione del progetto, si è scelto di realizzare tale progetto in modo intensivo, nell'arco di due settimane. Ciascuno dei due insegnanti si è reso disponibile a realizzare il progetto durante le ore di lezione ed a partecipare, compatibilmente con gli orari, alle lezioni del collega, al fine di garantire la continuità del progetto.

Nel seguito è riportata la scansione temporale delle fasi di realizzazione del progetto in classe, secondo un **programma di massima** stabilito nel corso del secondo incontro preliminare con gli insegnanti:

– 5 febbraio 2007:

- 1 ora (filosofia): lettura del brano di Aristotele, lettura dei brani di supporto

- 6 febbraio 2007
 - 1 ora (filosofia): lettura del brano di Aristotele, lettura dei brani di supporto;
 - 2 ore (matematica): ripresa del brano di Aristotele, con approfondimento della parte “fisica”
- Mercoledì 7 febbraio:
 - 2 ore (matematica): lettura del brano di Galilei (lettura “recitata” dagli studenti)
- Martedì 13 febbraio:
 - 1 ora (filosofia): approfondimento teorico a partire da Aristotele: argomentazione e dimostrazione
 - 2 ore (matematica): riferimento all’esperienza (fatta dagli studenti nel corso dell’anno scolastico precedente) di costruzione di un dinamometro, per introdurre il problema della molla di lunghezza doppia; produzione di risoluzioni individuali del problema della molla di lunghezza doppia
- Mercoledì 14 febbraio:
 - 2 ore (matematica): discussione sulle soluzioni individuali; proposta di realizzazione di un dialogo (eco della voce di Galilei) sul problema della molla
- Giovedì 15 febbraio:
 - 2 ore (filosofia, matematica): discussione sui dialoghi prodotti, bilancio

Nel mese di maggio si è svolto un incontro conclusivo di bilancio sul percorso realizzato.

In testi di Aristotele e Galilei che sono stati oggetti di lettura e discussione sono riportati in **appendice 1**. Le schede per il lavoro individuale degli studenti sono riportate in **appendice 2**.

Nel seguito, si propone un’analisi del percorso realizzato, con riferimento puntuale al materiale raccolto (audioregistrazioni delle lezioni, protocolli scritti realizzati dagli studenti, note dell’osservatore). Infine, si propongono alcune considerazioni sullo svolgimento del progetto, sulla trasposizione della metodologia didattica del gioco voci-eco a livello di scuola secondaria superiore, sulle potenzialità del percorso in relazione agli scopi e motivazione dei docenti coinvolti.

Analisi del percorso realizzato

Una sintesi del lavoro effettivamente svolto in classe, con segnalazione degli episodi significativi, è fornita nell’**appendice 3**.

Inizialmente gli insegnanti è stata proposta la lettura ed analisi delle voci di Aristotele e Galilei relative al tema della caduta dei gravi. La lettura dei brani di supporto ha permesso di approfondire alcuni aspetti relativi alla fisica aristotelica, alla teoria dell’argomentazione e dimostrazione, alla questione del metodo sperimentale ed all’esperimento mentale di Galilei.

L’analisi si concentra sulle due produzioni individuali degli studenti² e sulle relative discussioni di classe.

Prima scheda: risoluzione individuale del problema della molla

Terminata la fase di lettura delle voci di Aristotele e Galilei, agli studenti è stato proposto un problema da svolgere individualmente. Il problema è stato introdotto dalla docente di Matematica, che ha richiamato alla memoria della classe l’esperienza di costruzione del dinamometro, fatta durante l’anno scolastico precedente. Come mostra l’estratto dalla discussione di classe, gli studenti ricordavano l’esperimento, attraverso il quale avevano stabilito il peso di alcuni oggetti:

² Per rispetto della privacy, gli studenti sono indicati con egli pseudonimi.

1. Veronica: “Se avevamo lo stesso effetto sulla molla.”
2. Marcello: “La molla si allungava sempre della stessa lunghezza”
3. Sonia: “Abbiamo attaccato prima uno, poi due pesetti ecc.”
4. Pietro: “In relazione a quanto pesava il peso. È un dinamometro se ogni pesetto pesa 1 N”.
5. Veronica: “Basta considerare il pesetto un’unità”.
6. Luciano: “Calcolo il peso dell’oggetto”.
7. Anita: “Misuro quanto valeva il pesetto”.
8. Prof: “Misuro?”
9. Anita “Peso”.

Il testo del problema proposto è riportato nel seguito. Per favorire la verbalizzazione, la professoressa ha invitato gli studenti a trovare la soluzione ed a cercare di spiegarla ad uno studente più piccolo che non ha visto il dinamometro:

Abbiamo visto che se si sottopone una molla ad un peso, la molla si allunga e l'allungamento è proporzionale al peso. Prendiamo una molla dello stesso materiale ma di lunghezza doppia di quella considerata in precedenza: cosa si può dire dell'allungamento?

Il problema fa riferimento all’allungamento di una molla sottoposta all’azione di un peso, in una situazione simile a quella del dinamometro. Tuttavia, mentre nell’esperimento del dinamometro la molla non cambia e variano i pesi, nel problema proposta varia la lunghezza della molla.

A priori, si possono presentare tre diverse tipologie di risposta:

- l’allungamento raddoppia perché la lunghezza raddoppia
- l’allungamento resta uguale perché il peso a cui è sottoposta la molla non cambia
- l’allungamento diminuisce (si dimezza) perché il peso si distribuisce su una lunghezza maggiore (doppia)

Tutti i 16 studenti hanno svolto il problema in meno di un’ora. Al termine della risoluzione individuale gli studenti hanno condiviso le loro soluzioni, andando anche alla lavagna per illustrarle.

In totale, 10 studenti hanno affermato che l’allungamento non cambia, 5 studenti hanno affermato che l’allungamento raddoppia, uno studente non ha risposto consegnando un foglio pieno di cancellature.

Gli studenti che hanno affermato che l’allungamento raddoppia hanno fondato il loro ragionamento sul fatto che c’è proporzionalità tra lunghezza ed allungamento. Tuttavia, il modo con cui tale posizione è stata argomentata è cambiato da uno studente all’altro. Gli studenti hanno cercato di mettere in formula tale proporzionalità, ma spesso (come nel caso di Nando) hanno incontrato difficoltà in fase di modellizzazione, soprattutto nel distinguere tra la lunghezza iniziale e l’allungamento della molla. Uno studente (Luciano) ha cercato di rappresentare la proporzionalità mediante un grafico cartesiano, ma hanno incontrato difficoltà nella rappresentazione. Il suo tentativo di rappresentazione grafica è stato poi ripreso alla lavagna nella fase di condivisione delle risoluzioni individuali. Si riporta il protocollo di Luciano, da segnalare per il suo tentativo di

rappresentare la relazione di proporzionalità sul piano cartesiano, ma anche per la presenza di espressioni, come “v.g.”, che riecheggiano le espressioni incontrate nel dialogo galileiano:

Prendiamo una molla di una data lunghezza che ha valore x . Se applichiamo all'estremità della molla un peso del valore, per esempio, di 1 kg, essa si allungherà di una lunghezza che possiamo chiamare y . È evidente che se la molla avrà una lunghezza doppia di quella considerata, ovvero di misura $2x$, l'allungamento sarà, v.g., doppio di quello iniziale, ovvero di misura $2y$.

Un altro studente (Gabriele) ha cercato di avvalorare la sua affermazione particolarizzando la proporzione, cioè assegnando valori numerici a lunghezza ed allungamento.

Si segnala come particolarmente interessante l'argomentazione fornita da Anita, che è riportata integralmente:

Se la molla è di lunghezza doppia anche l'allungamento è doppio, infatti la forza-peso esercitata dalla massa sulla molla se questa è corta tira anche la base della molla che oppone resistenza e non si allunga ma se è più lunga prima di tirare la base tira più parte di molla, che si allunga.

$l : \text{allung} = 2l : x$

$x = (2l * \text{allung}) / l = 2 \text{ allung}$

L'argomentazione di Anita ricorda gli esperimenti mentali descritti da Galilei: Anita ha immaginato, senza compiere, un'azione reale sulla molla.

Come già osservato, 10 studenti hanno affermato che, poiché l'allungamento dipende dal peso, l'allungamento non cambia. Per loro l'allungamento dipende *solo* dal peso: questo li ha portati a concludere che, non variando il peso, l'allungamento non varia. Gli studenti non hanno colto che anche altri fattori (ad esempio, la lunghezza della molla) possono influenzare l'allungamento. Alcuni studenti (Marcello, Andrea) hanno tradotto la dipendenza in una relazione di proporzionalità tra allungamento e peso e hanno poi “dimostrato” algebricamente la loro affermazione. Altri studenti (Viviana, Norma, Elisa) hanno cercato di produrre argomentazioni basate su prove empiriche: ad esempio, hanno fatto riferimento a pesi specificando il materiale di cui sono fatti, oppure hanno specificato la lunghezza della molla. Si consideri, ad esempio, il protocollo di Norma:

Rimane lo stesso perché il peso agganciato alle molle non cambia. Prendiamo ad esempio due molle di ferro, una di 3 cm, l'altra di 6 cm; ponendo un pesetto ad entrambe le molle di peso 50 g si nota che le due molle si allungano, misurando l'allungamento di una e dell'altra si conclude che esso è uguale.

Si segnalano anche i protocolli di due studentesse (Veronica, Valentina) che, dopo aver affermato che l'allungamento non cambia perché non cambia il peso, hanno prodotto una sorta di “dimostrazione per assurdo”. Si consideri la dimostrazione prodotta da Valentina:

Siccome l'allungamento è proporzionale al peso e indipendente dalla lunghezza iniziale della molla, se mantengo costante il peso e il materiale della molla, allora l'allungamento non varia (l'unica grandezza variata è la lunghezza iniziale, da cui l'allungamento è indipendente). Se infatti prendiamo due molle con lunghezza diversa ma dello stesso materiale e vi attacchiamo due pesetti uguali, supponiamo per assurdo che l'allungamento sia diverso: allora siccome esso è proporzionale al peso, allora anche i due pesi sarebbero diversi (il che è falso).

Si noti che la dimostrazione prodotta da Valentina è corretta dal punto di vista della concatenazione logica, ma non porta a conclusioni vere dal momento che si basa su una premessa falsa (il fatto che l'allungamento dipenda *solo* dal materiale e dal peso).

Dopo la risoluzione individuale, gli studenti sono stati invitati a **condividere** le risoluzioni prodotte. Alcune risoluzioni sono state illustrate alla lavagna dagli autori ed hanno fornito spunti di discussione interessanti. In particolare, è stato discusso l'utilizzo dei grafici cartesiani per rappresentare la proporzionalità e la manipolazione algebrica delle proporzioni.

La lezione del 13 febbraio si è conclusa con l'interrogativo ancora aperto: l'allungamento varia o non varia quando si raddoppia la lunghezza della molla? Alcuni studenti che nella risoluzione individuale avevano sostenuto l'invarianza dell'allungamento, dopo aver visto la dimostrazione "algebrica" del fatto che l'allungamento raddoppia si sono mostrati a sposare questa tesi. In effetti, loro stessi avevano utilizzato la proporzione, quindi una volta accettata la nuova informazione (l'allungamento dipende anche dalla lunghezza iniziale) non hanno avuto grande difficoltà ad accettare la nuova conclusione.

Seconda scheda: produzione dell'eco a Galilei

Nella successiva lezione (14 febbraio), è stata condivisa la soluzione prodotta da Anita, che reca in sé l'idea di esperimento mentale: a differenza delle prove empiriche prodotte da altri studenti, l'argomentazione di Anita rappresenta un primo tentativo di spiegare perché la molla più lunga si allunga più dell'altra. Gli studenti hanno accolto bene l'argomentazione di Anita e si sono definitivamente convinti del fatto che l'allungamento raddoppia.

A questo punto, l'insegnante ha proposto agli studenti di realizzare un dialogo, ispirandosi a quello di Galilei letto precedentemente, che avesse come argomento l'allungamento della molla. Il testo proposto agli studenti è il seguente:

Immagina di essere Galileo e di voler scrivere un dialogo sul problema della molla di lunghezza doppia.

Come ricorderai, i personaggi sono:

- Salviati (cioè te stesso), che cerca di convincere Simplicio che la molla di lunghezza doppia subisce un allungamento doppio e di spiegarne le ragioni;
- Simplicio, che sostiene che la molla di lunghezza doppia ha lo stesso allungamento della molla di partenza, perché il materiale è lo stesso e la molla ha sempre lo stesso diametro;
- Sagredo, il moderatore.

Gli studenti hanno lavorato individualmente alla produzione dei dialoghi. La consegna, inusuale e per gli studenti, è risultata problematica, per cui l'insegnante ed il collaboratore universitario sono intervenuti più volte per chiarire le richieste e per incoraggiare.

Gli studenti hanno avuto modo, nel corso delle lezioni introduttive, di analizzare la struttura dei dialoghi galileiani, con particolare attenzione alle forme argomentative presenti. Gli studenti hanno anche potuto approfondire la teoria della dimostrazione, presentata dall'insegnante di filosofia. Dal punto di vista dei contenuti, gli studenti hanno prodotto risoluzioni individuali del problema dell'allungamento della molla ed in molti casi hanno accompagnato le loro risoluzioni con argomentazioni (che loro chiamano dimostrazioni) che vanno dalle prove empiriche ai ragionamenti per assurdo. Nella creazione dei dialoghi, è interessante andare a vedere quanto resta della precedente risoluzione individuale e quanta distanza si prende rispetto ad essa, quanto l'esperimento

mentale di Anita è stato accettato e fatto proprio, quanto le forme argomentative del dialogo galileiano sono state comprese. Di fatto, **a priori** si possono individuare i seguenti punti di difficoltà per gli studenti:

- Occorre aver compreso la soluzione del problema precedente
- Nel caso in cui la soluzione individuale si sia rivelata errata, occorre prendere le distanze da tale risoluzione.
- Occorre aver compreso la struttura del dialogo galileiano: Salviati conduce Simplicio ad accettare la sua tesi, accompagnandolo passo passo nel ragionamento che muove da alcune ipotesi condivise.
- Occorre saper confezionare l'eco rispettando i ruoli diversi e le strutture argomentative utilizzate da Galilei.

Una prima analisi dei dialoghi prodotti rivela un generale entusiasmo da parte degli studenti, chiamati a svolgere un compito per loro inusuale. In questo senso, la creazione dei dialoghi e la successiva condivisione e discussione hanno risposto ad una delle esigenze manifestate dagli insegnanti, ovvero, quella di proporre agli studenti un'attività che potesse coinvolgerli e favorire la partecipazione attiva alle discussioni di classe. Si riportano nel seguito estratti da protocolli significativi.

Il protocollo di **Luciano**, che nella risoluzione individuale aveva affermato che l'allungamento raddoppia, è interessante perché presenta tracce di eco superficiale (presenza di espressioni tipiche del linguaggio galileiano, usate talvolta in modo non appropriato) e perché contiene l'esperimento mentale delle due molle attaccate. Si noti però che alla fine del dialogo Simplicio non è ancora convinto, non si "arrende".

Salviati: Supponiamo d avere una molla A, di una data lunghezza l. Se applichiamo all'estremità della molla un peso di massa m, la molla subisce, v.g., un allungamento. Prendiamo un'altra molla, che chiameremo B, che sia dello stesso materiale e diametro della molla A ma abbia lunghezza doppia 2l. Ponendo all'estremità di B un peso uguale al primo di massa m, di quanto si allungherà la molla B rispetto alla molla A?

Simplicio: Pare naturale che essendo le due molle fatte di ugual sostanza, ed avendo esse uguale diametro, posti alle estremità di esse due masse di uguale gravità, esse subiranno un allungamento identico.

Salviati: E se le molle avessero diametro oppure materiale diverso?

Simplicio: l'allungamento avverrebbe ovviamente in relazione alla resistenza dei materiali usati, che sarebbe maggiore o minore in relazione al diametro.

Salviati: certamente, in quanto la molla composta di un materiale più resistente, o con un diametro maggiore, eserciterebbe un vincolo più forte sul peso, si allungherebbe cioè di meno. Ma supponiamo di avere due molle perfettamente identiche nel materiale e che la prima abbia la stessa lunghezza della seconda.

Simplicio: Halla.

Salviati: Pare naturale che se poniamo alle estremità delle due molle due masse di uguale gravità le due molle subiranno un allungamento identico.

Simplicio, Sagredo: indubbiamente.

Salviati: Ora, se attacchiamo una di queste due molle, che è in tensione per la massa che gli è applicata, all'estremità di un'altra molla di qualsiasi lunghezza, otteniamo una

lunghezza totale maggiore rispetto alla lunghezza iniziale che avevano le due molle a cui era stato applicato un grave.

Simplicio: Ovviamente.

Salviati: Benissimo. Ora poniamo che questa nuova molla, alla cui estremità applichiamo una delle molle di partenza deformate dalla massa, abbia lunghezza identica a quella delle molle da cui siamo partiti quando esse non erano state deformate. Quale sarà il rapporto tra la lunghezza totale ottenuta ora e la lunghezza di una delle molle di partenza cui era stato applicato un grave?

Simplicio: pare ovvio che la nuova lunghezza ottenuta sarà doppia di quella di partenza.

Salviati: Ovvio. E sussiste alcuna differenza fra una molla B che abbia lunghezza doppia di una molla A e due molle B_1 e B_2 di lunghezza pari ad A, che vengano unite ad una estremità?

Simplicio: Pare proprio di no.

Salviati: E se applichiamo masse di ugual peso? Supponiamo di confrontare le nuove lunghezze A e B con la nuova lunghezza delle molle B_1 e B_2 che supponiamo di chiamare, nella loro somma, C. Che rapporto c'è tra A e B e tra A e C?

Simplicio: A e B avranno uguale lunghezza, C avrà invece lunghezza doppia di A.

Salviati: Ma non si era convenuto sul fatto che non sussistesse differenza tra B e C? Se C subisce un allungamento doppio rispetto ad A, perché B, essendo uguale a C, non dovrebbe fare ugualmente?

Sagredo: Pare che abbiate confutato in maniera chiarissima il Simplicio!

Simplicio: Non pare proprio: la molla B ha una resistenza maggiore rispetto ad A, a differenza di C, il cui allungamento è applicato a due corpi anziché ad uno solo.

Salviati: Questa è pura follia, di chi non sa più come argomentare! Le molle B e C, come già convenuto, sono identiche, pertanto l'allungamento sarà identico. Ecco dimostrato che B avrà, se doppia di A, un allungamento v.g. doppio di A, purché i due gravi applicati abbiano ugual misura!

Il protocollo di **Nando** (che nella risoluzione individuale aveva sostenuto che l'allungamento raddoppia) mostra il tentativo di realizzare un'argomentazione coerente con quanto studiato nelle ore di filosofia (Simplicio argomenta facendo riferimento alla teoria dei luoghi naturali), nonché un grande coinvolgimento e divertimento nel realizzare il dialogo. Si può cogliere anche una nota "autobiografica": Nando scrive che Aristotele "ha ommesso di considerare la lunghezza", attribuendo ad Aristotele (e Simplicio) l'errore commesso da lui stesso nel corso della risoluzione individuale (in questo senso, la scrittura del dialogo è un momento in cui riflettere sulla propria risoluzione e per sottoporla a giudizio critico).

Simplicio: Come alcuni antichi mostrano, per quanto mi sovviene, una molla di lunghezza A a cui è attaccato un peso B subisce un allungamento tale quale quello che subisce una molla, a cui è attaccato lo stesso peso B, doppia di lunghezza e medesimo di materia e spessore. Come sovviene lecito dai principi dall'Aristotele ogni corpo, a seconda da quali elementi naturali è costituito tende a posizionarsi verso il proprio loco naturale.

Salviati: Escludendo li antichi, mi par che si potrebbe andar contro agli assunti d Aristotele, negandogli la dimostrazione. E dubito fortemente che egli stesso vide prova di esperienza riguardo ciò che conclude.

Simplicio: Ah, Aristotele non affermò mai alcuna cosa senza essersene accertato e come si vede nelle sue stesse parole, anche in altre situazioni, perché egli mostra di averlo sperimentato. Quallsivoglia parli pure che io l'ascolterò.

Salviati: Nel trattare le due molle Aristotele parla di materiale e di spessore le quali influiscono senza dubbio sull'allungamento della molla.

Simplicio: Così pare, o Salviati.

Salviati: Or dunque, egli omette di spiegare il fatto che la lunghezza possa in qualche modo incidere con l'allungamento, grave omissione. Ma pur trascurando questa lo spessore e il materiale indubitabilmente tale e quale presente nelle due molle incidano sull'allungamento di esse. In questo modo possiamo ometterle in quanto la loro influenza è pari in entrambi i casi. Non concorrete voi meco in quest'opinione?

Simplicio: Parmi che ciò debba indubitabilmente seguire.

Salviati: Dopo ciò, possiamo scomporre la molla lunga 2° in due molle lunghe A, indubitabilmente coincidenti con la prima molla presa in considerazione nella dimostrazione.

Simplicio: come può essere tal cosa dimostrabile e che non ci sia un fattore che vari dalla molla unita a quella divisa in due?

Sagredo: Ooh, a questo può rispondere indubitabilmente pur un bambino. Difatti si può vedere che un asino pesi uguale sulla bilancia come il medesimo diviso in deu. Così vale per le molle.

Salviati: Or signori non mi sovvien naturale che l'allungamento della molla A sia coincidente con quella metà dell'altra molla.

Sagredo: Mi sembra lecito.

Salviati: Or con un semplice calcolo potremo arrivare alla conclusione che unendo le due metà e confrontando con la molla lunga A noteremo che l'allungamento della prima citata sarà doppio di quello del secondo. Non le par giusto e inconfutabile?

Simplicio: Lei è come una seppia, ha distrutto le mie conoscenze e sostituitele con altre.

Il protocollo di **Pietro** è un esempio di mancato eco: Pietro riproduce le espressioni linguistiche incontrate nel dialogo, ma introduce simboli e notazioni non galileiane, realizzando così un eco nella forma, ma non nel metodo. Si noti che Pietro non fa argomentare Salviati mediante l'esperimento mentale e che alla fine del dialogo Salviati conduce Simplicio in laboratorio, per "sperimentare".

Simplicio: Sono convinto delle sue precedenti dimostrazioni signor Salviati, ma adesso vorrei conoscere le sue opinioni a riguardo dell'allungamento di due molle di diversa lunghezza. Dichiaro infatti Aristotele, che avendo una molla di lunghezza doppia dell'altra, è necessario ed evidente che, entrambe sottoposte ad una forza verso il basso (prendasi per esempio uno stesso peso), l'allungamento delle due molle è uguale in entrambi i casi: essendo le molle costruite con istesso materiale e avendo identico diametro. Non pare anche a lei, Sagredo?

Sagredo: par che sia così, ma vorrei sentire l'opinione del signor Salviati.

Salviati: Mi spiace, signor Simplicio, ma anche in codesto caso, mi vedo costretto a confutare la sua convinzione, che par così evidente. Prendasi, a questo scopo, la lunghezza l della prima molla, naturalmente non ancora oberata da massa alcuna, che chiamerò P_0 . Si prenda poi il peso della molla oberata dalla massa, che per comodità chiamerò P_1 . Ora, apparisce chiaramente che P_0 è proporzionale all'allungamento dovuto all'applicazione della mossa: che chiamerò Δl . Adesso, con semplici passaggi matematici, si vede che il nostro Δl è uguale al prodotto di l per P_1 in rapporto con P_0 . Da questa uguaglianza, si ricava necessariamente che: se si aumenta la lunghezza l iniziale della molla, l'allungamento di quest'ultima è direttamente proporzionale all'aumento della l iniziale. Proprio per questo, se la lunghezza della seconda molla è uguale a $2l$, l'allungamento è chiaramente e necessariamente doppio (posto comunque, che la massa applicata sia sempre la solita).

$$\begin{aligned}P_0 &= l \cdot P_1 / \Delta l \\ \Delta l &= (l \cdot P_1) / P_0 \\ P_0 \cdot 2l &= P_1 \cdot \Delta l \\ \Delta l &= (2l \cdot P_1) / P_0 \\ &\text{c.v.d}\end{aligned}$$

Simplicio: Par che abbia ragione anche questa volta, signor Salviati, ma sono sicuro che il gran filosofo abbia dichiarato le sue convinzioni avendo sperimentato il tutto. Non sarò quindi convinto fino a quando non vedrò con i miei occhi ciò che dimostrate.

Sagredo: Andiamo quindi nella stanza adiacente, là sarà possibile sperimentare.

Infine, il protocollo di **Veronica** mostra una comprensione delle “regole” della dimostrazione: Salviati afferma che il ragionamento di Simplicio è corretto, ma porta a conclusioni false perché muove da premesse non vere. Veronica riprende poi l'argomentazione di Anita, ma non realizza un vero e proprio esperimento mentale. Si noti che l'argomentazione di Anita era risultata convincente per Veronica: questo suggerisce che nel dialogo si ripropone ciò che è risultato convincente.

Simplicio: Dunque, dal momento che l'allungamento dipende dai pesi e solo da essi, in quanto il materiale e il diametro sono invariati, ne risulta che, essendo il peso applicato costante, l'allungamento non subisce variazioni.

Salviati: Il ragionamento è senza dubbio corretto, tuttavia siamo sicuri che le premesse siano vere?

Simplicio: Analizzando le varie grandezze che avrebbero potuto incidere sulla conclusione, direi che le premesse poste sono vere in quanto ho scartato due dati (circonferenza e materiale) costanti che quindi non incidono, così come, del resto i pesi, che, infatti, producono uno stesso allungamento.

Salviati: Invece io direi che è stato tralasciato un dato importante, vale a dire la lunghezza.

Simplicio: E in quale modo potrebbe essa incidere?

Sagredo: Io posso dirvi di aver sperimentato questo che voi ponete problema. L'allungamento tuttavia, non rimaneva invariato, anzi, aumentava di circa il doppio.

Salviati: E cosa potrebbe dunque incidere su questo se non la lunghezza, dal momento che, come avete giustamente affermato, ogni altra grandezza rimane costante?

Simplicio: Il vostro pensiero non fa una grinza, ma io mi dovrei fidare di un'osservazione giunta per esclusione? Dovrei, cioè, credere che la lunghezza incida per il semplice fatto che null'altro lo può?

Salviati: Si immaginino due molle tali che l'una sia doppia in lunghezza dell'altra. Siano il materiale e la circonferenza i medesimi. Quali esiti possono avere dunque due pesi uguali applicati ad esse?

Simplicio: Come già detto, non teniamo in considerazione materia e circonferenza.

Salviati: Esatto. Dunque, siamo d'accordo sul fatto che la forza del peso si distribuisca anche sul perno all'altro capo della molla il quale ha proprio la capacità di vincere tale forza e impedire alla molla di cadere?

Simplicio: Necessariamente.

Salviati: Però prima, il peso si distribuisce quanto può sulla molla, giusto?

Simplicio: Assolutamente.

Salviati: Ma se la molla ha una lunghezza maggiore, ecco che il peso esercita la forza lungo tutta la molla quanto esso può. Ed essendo la molla più lunga, subisce un maggiore allungamento in quanto il più del peso si distribuisce sul braccio della molla e il rimanente sul perno. La molla più lunga ha quindi una capacità maggiore di essere deformata.

Sagredo. E tale deformazione è direttamente proporzionale alla lunghezza così come dimostrano le mie esperienze.

Simplicio: Halla, ancora una volta mi sembra che abbiate ragione.

Leggendo i dialoghi si individuano molti “echi superficiali”, ovvero la riproduzione di espressioni linguistiche incontrate nei dialoghi galileiani, che, se non indicano necessariamente una profonda comprensione dei meccanismi del dialogo, a nostro avviso denotano comunque la disponibilità a entrare nel gioco “Voci-Echi”.

I dialoghi recano anche l'eco delle discussioni di classe effettuate nel corso delle lezioni precedenti: per esempio, viene affrontato spesso il tema della sperimentazione in Aristotele.

Alcuni studenti riproducono nel dialogo le diverse posizioni che gli studenti avevano assunto nel corso della discussione sul problema della molla. Molti studenti comprendono che occorre però collocare il dialogo all'epoca di Galilei, per cui non inseriscono formule nel dialogo e privilegiano l'esperimento mentale, sul tipo di quello presentato da Anita nella risoluzione individuale del problema della molla. 8 studenti inseriscono un esperimento mentale nel dialogo.

Alcuni studenti concludono il dialogo in modo “non convenzionale”: talvolta, Simplicio non è convinto da Salviati, che in un caso deve addirittura accompagnare Simplicio in laboratorio per convincerlo mediante una prova sperimentale. Questi finali “alternativi”, se da una parte non costituiscono un'eco fedele del dialogo di Galilei, dall'altra sono interessanti perché possono indicare il persistere di dubbi sulla soluzione del problema o sul metodo dell'esperimento mentale.

Nella lezione successiva (15 febbraio) alcuni dialoghi (selezionati per alcune loro peculiarità) sono stati letti dagli autori e commentati dagli altri studenti.

Considerazioni conclusive

Il percorso realizzato ha permesso agli studenti di riflettere su due contenuti specifici, la caduta dei gravi e l'allungamento della molla, ma anche sulle forme di argomentazione. Inoltre, sono stati

toccati argomenti di riflessione non previsti a priori, quali la modellizzazione matematica ed i diversi registri di rappresentazione di una legge matematica.

Rispetto agli obiettivi individuati a priori, il percorso ha fornito un'occasione di approfondimento di argomenti specifici e, citando nuovamente il progetto locale, ha cercato di “dare agli studenti della scuola secondaria una più corretta percezione della matematica, della sua ricchezza culturale e della sua interazione con le altre scienze”.

Per quanto riguarda le motivazioni aggiuntive degli insegnanti, il percorso, in particolare nei suoi momenti di discussione collettiva, ha costituito un'occasione per coinvolgere gli studenti nel dibattito e nella costruzione sociale del sapere.

La metodologia del “gioco voci-eco” si è rivelata fruttuosa anche come strumento per l'insegnante, che attraverso la lettura degli echi prodotti può avere accesso al livello di concettualizzazione degli argomenti da parte dei suoi studenti, nonché i loro dubbi e le loro resistenze.

Infine, si possono fare alcune considerazioni sulla scelta del tema e della metodologia di lavoro. Il percorso ha costituito una “sfida” per almeno due sue caratteristiche: il fatto di adattare la metodologia del gioco voci-eco alle scuole superiori ed il fatto di basarsi sull'articolazione tra diverse discipline. Sono in corso alcune riflessioni su eventuali modifiche che potrebbero rendere il percorso ancora più adatto a studenti di scuola superiore e su accorgimenti che potrebbero rendere la collaborazione tra i docenti di diverse discipline ancora più fruttuosa. Sembra anche importante individuare nuovi argomenti disciplinari che si prestino alla metodologia del “gioco voci-eco”.

Appendice 1: i brani di Aristotele e Galilei letti in classe

Aristotele

“Dunque, o non c'è per natura alcuno spostamento in nessun luogo e per nessuna cosa, oppure, se questo c'è, non c'è affatto un vuoto. Inoltre, i proiettili si muovono ancora, benché non li tocchi più colui che li ha lanciati, e si muovono o per reazione, come dicono alcuni, oppure perché l'aria, spinta, spinge a sua volta con un moto più veloce di quello spostamento del corpo spinto in virtù del quale il corpo stesso viene spostato verso il suo proprio luogo. Nessuna di queste cose può verificarsi nel vuoto e nessuna cosa potrà essere spostata, se non mediante un veicolo. Inoltre, nessuno potrebbe dire per quale causa il mosso si fermerà in qualche luogo: perché infatti, si fermerebbe qui piuttosto che lì? Sicché, il corpo o dovrà essere in quiete ovvero necessariamente sarà spostato all'infinito, qualora non vi sia qualche attrito più forte. Oltre a ciò, pare che il mosso venga portato verso il vuoto per il fatto che questo cede; ma un tale cedimento si verificherà in ogni parte del vuoto, sicché il mosso sarà spostato in ogni dove.

Inoltre, la nostra asserzione è chiarita anche da quanto segue: invero, noi vediamo che lo stesso peso e lo stesso corpo si muovono più rapidamente per due cause: o perché è differente ciò attraverso cui l'oggetto passa (ad esempio, se passa attraverso l'acqua o la terra, ovvero attraverso l'acqua o l'aria), oppure perché l'oggetto spostato, qualora gli altri fattori siano gli stessi, differisce per l'eccesso del peso o della leggerezza.

Ne è causa il mezzo attraverso cui l'oggetto passa, in quanto che esso fa da attrito, e ciò si verifica specialmente se il mezzo è spostato in senso contrario, ma poi anche se sta fermo.

E l'attrito è maggiore quando il mezzo è meno divisibile, ossia quando esso ha una densità maggiore.

Sia, dunque, il corpo A spostato attraverso la grandezza B in un tempo G e attraverso la grandezza D, che è più sottile in un tempo E: se la lunghezza di B e quelle di D sono uguali, il tempo sarà proporzionato alla resistenza del corpo che fa d'attrito. Siano, infatti B acqua e D aria: di quanto l'aria è più leggera e più incorporea dell'acqua, di tanto A passerà più velocemente attraverso D che attraverso B. Vi sarà, dunque, tra velocità e velocità la medesima proporzione che intercorre tra l'aria e l'acqua; sicché, se la sottigliezza è doppia, il corpo percorrerà la grandezza B in un tempo doppio che la grandezza D e, quindi, il tempo G sarà doppio del tempo E. E sempre, quanto più incorporeo e meno resistente e più divisibile sarà il mezzo attraverso cui l'oggetto è spostato, tanto più velocemente esso sarà spostato.

Ma per il vuoto non esiste alcuna proporzione secondo cui esso venga superato dal corpo, come non c'è proporzione tra lo zero e il numero [...]. Ma se lo spostamento attraverso il mezzo più sottile si compie in un dato tempo e lungo un dato percorso, lo spostamento attraverso il vuoto supererebbe, invece, qualsiasi proporzione [...].

Se tutto questo si verifica a causa della differenza del mezzo attraverso cui gli oggetti sono spostati, ecco, d'altra parte, cosa si verifica a causa della differenza degli oggetti spostati: noi vediamo che gli oggetti aventi maggior forza di lancio o per pesantezza o per leggerezza, qualora presentino le altre proprietà in conformità [con la loro figura], sono spostati più rapidamente attraverso uno spazio uguale, e ciò avviene in base al rapporto che le grandezze hanno tra loro. Di conseguenza, la medesima cosa dovrebbe accadere anche attraversi il vuoto. Ma questo è impossibile, perché non c'è alcun motivo per cui l'oggetto venga spostato più velocemente. Negli oggetti che sono pieni, ciò risulta necessariamente, perché il corpo che sia maggiore per forza, divide lo spazio più

velocemente: difatti l'oggetto spostato o lanciato lo divide o in virtù della propria figura o in virtù della forza di lancio. Se, però, si ammettesse il vuoto, tutti i corpi avrebbero la stessa velocità: il che è impossibile" (*Fisica*, IV, 8, 215a-216a; trad. it. in *Opere*, vol. 4, Laterza, Bari 1973, pp. 92-94).

Brani aristotelici di supporto

1) "Tra le cose che muovono e che sono mosse, alcune muovono e sono mosse per accidente, altre per se stesse: per accidente, quante sono, ad esempio, inerenti a quelle che muovono o sono mosse, e relative a una parte di esse; per se stesse, quante, ad esempio, non sono inerenti a ciò che muove o è mosso, e non muovono né sono mosse per il fatto che sono una parte di esse. Delle cose che sono mobili per sé, alcune sono mosse da sé, altre da altro, e alcune secondo natura, altre per violenza e contro natura [...](Aristotele continua affermando che sia le cose mosse contro natura sia quelle che si muovono secondo natura e da sé risultano essere mosse da qualcosa)].

Ma le difficoltà nascono soprattutto nell'ultima parte della suddetta distinzione: infatti, secondo ciò che abbiamo detto, fra le cose mosse da altro, alcune son mosse contro natura, altre, per contrario, non ci resta che considerarle mosse secondo natura. Sono appunto queste ultime quelle che potrebbero metterci in difficoltà quando vogliamo sapere da che cosa mai esse vengano mosse, ad esempio i corpi leggeri e quelli pesanti. Questi, infatti, per violenza sono mossi verso i luoghi opposti, ma secondo natura verso i propri luoghi, il leggero verso l'alto, il pesante verso il basso. Ma da chi siano mossi non si riscontra ancora con la medesima evidenza con la quale ciò si riscontra quando sono mossi contro natura [...].

Ebbene: proprio questo si sta ricercando, cioè per quale causa mai le cose leggere e le pesanti siano mosse verso il proprio luogo. La causa è che la natura le dispone in qualche luogo e che questa è l'essenza del leggero e del pesante, che l'uno sia portato verso l'alto, l'altro verso il basso [...].

È chiaro dunque, che nessuna di queste cose muove se stessa da sé. Indubbiamente esse posseggono un qualche principio di movimento, ma non del muovere né dell'agire, bensì del patire.

Orbene: se tutte le cose mosse sono mosse o secondo natura o contro violenza e per violenza, e se quelle che son mosse per violenza e contro natura, sono mosse tutte da qualcosa, ossia da altro, e se, d'altronde, fra le cose mosse secondo natura, sono mosse da qualcosa tanto quelle che si muovono da sé quanto quelle che da sé non si muovono, come le cose leggere e le pesanti (infatti queste sono mosse o da chi le ha generate e fatte leggere o gravi, oppure da chi abbia eliminato gli impacci e gli impedimenti), allora tutte le cose mosse risultano mosse da qualcosa" (*Fisica*, VIII, 4, 254b-256a; trad. it. in *Opere*, vol. 4, Laterza, Bari 1973, pp. 204-207).

2) "Sia A il motore, B il mosso, G la lunghezza percorsa, D il tempo in cui si attua il movimento. In un tempo uguale la forza uguale A muoverà la metà di B per il doppio di G, e muoverà G nella metà di D: tale infatti, sarà la proporzione. E, inoltre, se la stessa forza muoverà lo stesso oggetto in questo tempo qui secondo tanta lunghezza, e lo muoverà secondo la metà della lunghezza nella metà del tempo, anche la metà della forza muoverà parimenti la metà dell'oggetto in uguale tempo secondo una lunghezza uguale. Ad esempio, sia E la metà della forza A, e Z la metà dell'oggetto B: le cose staranno allo stesso modo, e la forza starà nella medesima proporzione con il peso, sicché attueranno il movimento secondo una grandezza uguale in un tempo uguale. E se E muove Z nel tempo D secondo la lunghezza G, non necessariamente in ugual tempo la forza E muoverà il doppio di Z lungo la metà di G. Se, poi, A muoverà B nel tempo D secondo la grandezza G, la metà

di A, cioè E, non muoverà B nel tempo D né in una parte del tempo D secondo una parte della lunghezza G che sia rispetto all'intero G nella stessa proporzione in cui è la forza A rispetto alla forza E: se, insomma si desse questo caso, non vi sarebbe movimento secondo nessuna parte della lunghezza: difatti, se l'intera forza ha attuato il movimento secondo tanta quantità di lunghezza, la metà di essa non attuerà il movimento secondo altrettante quantità né in un tempo qualsivoglia: se fosse altrimenti, un uomo solo muoverebbe la nave, qualora venissero numericamente divise la forza di quelli che la tirano a secco e la lunghezza secondo cui tutti la muovono” (*Fisica*, VII, 5, 249b-250a; trad. it. in *Opere*, vol. 4, Laterza, Bari 1973, pp. 190-191). .

3) “Ma che sia impossibile che esista un peso infinito, risulta evidente da quanto segue. Se un dato peso percorre un dato spazio in un dato tempo, un peso uguale al primo più qualcosa lo farà in un tempo minore, e la proporzione che c'è tra i pesi si ripeterà, nel rapporto inverso, per i tempi; ad esempio, se metà del peso si muove in un dato tempo, un peso doppio del primo si muoverà nella metà di quel tempo. Si aggiunga che un peso finito percorre tutto intero uno spazio finito in un tempo finito [...]” (*Del Cielo*, I, 6, 273b-274a; trad. it. in *Opere*, vol. 4, Laterza, Bari 1973, pp. 255-256).

Galilei

“*Simplicio* Aristotele, per quanto mi sovviene, insurge contro alcuni antichi, i quali introducevano il vacuo come necessario per il moto, dicendo che questo senza quello non si potrebbe fare. A questo contrapponendosi Aristotele, dimostra che, all'opposito, il farsi (come veggiamo) il moto distrugge la posizione del vacuo; e 'l suo progresso è tale. Fa due supposizioni: l'una è di mobili diversi in gravità, mossi nel medesimo mezzo; l'altra è dell'istesso mobile mosso in diversi mezzi. Quanto al primo, suppone che mobili diversi in gravità si muovano nell'istesso mezzo con diseguali velocità, le quali mantengano tra di loro la medesima proporzione che le gravità; sì che, per esempio, un mobile dieci volte più grave di un altro si muova dieci volte più velocemente. Nell'altra posizione piglia che le velocità del medesimo mobile in diversi mezzi ritengano tra di loro la proporzione contraria di quella che hanno le grossezze o densità di essi mezzi; talmente che, posto, v. g., che la crassie dell'acqua fusse dieci volte maggiore di quella dell'aria, vuole che la velocità nell'aria sia dieci volte più che la velocità nell'acqua. E da questo secondo supposto trae la dimostrazione in cotal forma; Perché la tenuità del vacuo supera d'infinito intervallo la corpulenza, ben che sottilissima, di qualsivoglia mezzo pieno, ogni mobile che nel mezzo pieno si movesse per qualche spazio in qualche tempo, nel vacuo dovrebbe muoversi in uno istante; ma farsi moto in uno istante è impossibile; adunque darsi il vacuo in grazia del moto è impossibile.

Salviati L'argomento si vede che è *ad hominem*, cioè contro a quelli che volevano il vacuo come necessario per il moto: che se io concederò l'argomento come concludente, concedendo insieme che nel vacuo non si farebbe il moto, la posizione del vacuo, assolutamente presa e non in relazione al moto, non vien distrutta. Ma per dire quel che per avventura potrebbero rispondere quegli antichi, acciò meglio si scorga quanto concluda la dimostrazione d'Aristotele, mi par che si potrebbe andar contro a gli assunti di quello, negandogli amendue. E quanto al primo, io grandemente dubito che Aristotele non sperimentasse mai quanto sia vero che due pietre, una più grave dell'altra dieci volte, lasciate nel medesimo istante cader da un'altezza, v. g., di cento braccia, fusser talmente differenti nelle lor velocità, che all'arrivo della maggior in terra, l'altra si trovasse non avere né anco sceso dieci braccia.

Simp. Si vede pure dalle sue parole ch'ei mostra d'averlo sperimentato, perché ei dice: *Veggiamo il più grave*; or quel *vedersi* accenna l'averne fatta l'esperienza.

Sagredo Ma io, Sig. Simplicio, che n'ho fatto la prova, vi assicuro che una palla d'artiglieria, che pesi cento, dugento e anco più libbre, non anticiperà di un palmo solamente l'arrivo in terra della palla d'un moschetto, che ne pesi una mezza, venendo anco dall'altezza di dugento braccia.

Salv. Ma, senz'altre esperienze, con breve e concludente dimostrazione possiamo chiaramente provare, non esser vero che un mobile più grave si muova più velocemente d'un altro men grave, intendendo di mobili dell'istessa materia, ed in somma di quelli de i quali parla Aristotele. Però ditemi, Sig. Simplicio, se voi ammettete che di ciascheduno corpo grave cadente sia una da natura determinata velocità, sì che accrescergliela o diminuirgliela non si possa se non con usargli violenza o opporgli qualche impedimento.

Simp. Non si può dubitare che l'istesso mobile nell'istesso mezzo abbia una statuita e da natura determinata velocità, la quale non se gli possa accrescere se non con nuovo impeto conferitogli, o diminuirgliela salvo che con qualche impedimento che lo ritardi.

Salv. Quando dunque noi avessimo due mobili, le naturali velocità de i quali fussero ineguali, è manifesto che se noi congiugnessimo il più tardo col più veloce, questo dal più tardo sarebbe in

parte ritardato, ed il tardo in parte velocitato dall'altro più veloce. Non concorrete voi meco in quest'opinione?

Simp. Parmi che così debba indubitabilmente seguire.

Salv. Ma se questo è, ed è insieme vero che una pietra grande si muova, per esempio, con otto gradi di velocità, ed una minore con quattro, adunque, congiugnendole amendue insieme, il composto di loro si moverà con velocità minore di otto gradi: ma le due pietre, congiunte insieme, fanno una pietra maggiore che quella prima, che si moveva con otto gradi di velocità: adunque questa maggiore si muove men velocemente che la minore; che è contro alla vostra supposizione. Vedete dunque come dal suppor che 'l mobile più grave si muova più velocemente del men grave, io vi concludo, il più grave muoversi men velocemente.

Simp. Io mi trovo avvilluppato, perché mi par pure che la pietra minore aggiunta alla maggiore le aggiunga peso, e aggiugnendole peso, non so come non debba aggiugnerle velocità, o almeno non diminuirgliela.

Salv. Qui commettete un altro errore, Sig. Simplicio, perché non è vero che quella minor pietra accresca peso alla maggiore.

Simp. Oh, questo passa bene ogni mio concetto.

Salv. Non lo passerà altrimenti, fatto ch'io v'abbia accorto dell'equivoco nel quale voi andate fluttuando: però avvertite che bisogna distinguere i gravi posti in moto da i medesimi costituiti in quiete. Una gran pietra messa nella bilancia non solamente acquista peso maggiore col soprapporgli un'altra pietra, ma anco la giunta di un pennechio di stoppa la farà pesar più quelle sei o dieci once che peserà la stoppa; ma se voi lascerete liberamente cader da un'altezza la pietra legata con la stoppa, credete voi che nel moto la stoppa graviti sopra la pietra, onde gli debba accelerar il suo moto, o pur credete che ella la ritarderà, sostenendola in parte? Sentiamo gravitarci su le spalle mentre vogliamo opporci al moto che farebbe quel peso che ci sta addosso; ma se noi scendessimo con quella velocità che quel tal grave naturalmente scenderebbe, in che modo volete che ci prema e graviti sopra? Non vedete che questo sarebbe un voler ferir con la lancia colui che vi corre innanzi con tanta velocità, con quanta o con maggiore di quella con la quale voi lo seguite? Concludete pertanto che nella libera e naturale caduta la minor pietra non gravita sopra la maggiore, ed in conseguenza non le accresce peso, come fa nella quiete.

Simp. Ma chi posasse la maggior sopra la minore?

Salv. Le accrescerebbe peso, quando il suo moto fusse più veloce: ma già si è concluso che quando la minore fusse più tarda, ritarderebbe in parte la velocità della maggiore, tal che il loro composto si moverebbe men veloce, essendo maggiore dell'altra; che è contro al vostro assunto. Concludiamo per ciò, che i mobili grandi e i piccoli ancora, essendo della medesima gravità in spezie, si muovono con pari velocità.

Simp. Il vostro discorso procede benissimo veramente: tuttavia mi par duro a credere che una lagrima di piombo si abbia a muover così veloce come una palla d'artiglieria.

Salv. Voi dovevi dire, un grano di rena come una macina da guado. Io non vorrei, Sig. Simplicio, che voi faceste come molt'altri fanno, che, divertendo il discorso dal principale intento, vi attaccaste a un mio detto che mancasse dal vero quant'è un capello, e che sotto questo capello voleste nascondere un difetto d'un altro, grande quant'una gomona da nave. Aristotele dice: «una palla di ferro di cento libbre, cadendo dall'altezza di cento braccia, arriva in terra prima che una di una libbra sia scesa un sol braccio»; io dico ch'ell'arrivano nell'istesso tempo; voi trovate, nel farne l'esperienza, che la maggiore anticipa due dita la minore, cioè che quando la grande percuote in

terra, l'altra ne è lontana due dita: ora vorreste dopo queste due dita appiattare le novantanove braccia di Aristotele, e parlando solo del mio minimo errore, metter sotto silenzio l'altro massimo. Aristotele pronunzia che mobili di diversa gravità nel medesimo mezzo si muovono (per quanto dipende dalla gravità) con velocità proporzionate a i pesi loro, e l'esemplifica con mobili ne i quali si possa scorgere il puro ed assoluto effetto del peso, lasciando l'altre considerazioni sì delle figure come de i minimi momenti, le quali cose grande alterazione ricevono dal mezzo, che altera il semplice effetto della sola gravità: che perciò si vede l'oro, gravissimo sopra tutte l'altre materie, ridotto in una sottilissima foglia andar vagando per aria; l'istesso fanno i sassi pestati in sottilissima polvere. Ma se voi volete mantenere la proposizione universale, bisogna che voi mostriate, la proporzione delle velocità osservarsi in tutti i gravi, e che un sasso di venti libbre si muova dieci volte più veloce che uno di due; il che vi dico esser falso, e che, cadendo dall'altezza di cinquanta o cento braccia, arrivano in terra nell'istesso momento.

Simp. Forse da grandissime altezze di migliaia di braccia seguirebbe quello che in queste altezze minori non si vede accadere.

Salv. Se Aristotele avesse inteso questo, voi gli addossereste un altro errore, che sarebbe una bugia; perché, non si trovando in terra tali altezze perpendicolari, chiara cosa è che Aristotele non ne poteva aver fatta esperienza: e pur ci vuol persuadere d'averla fatta, mentre dice che tale effetto si vede.

Simp. Aristotele veramente non si serve di questo principio, ma di quell'altro, che non credo che patisca queste difficoltà.

Salv. E l'altro ancora non è men falso di questo; e mi maraviglio che per voi stesso non penetriate la fallacia, e che non v'accorghiare che quando fusse vero che l'istesso mobile in mezzi di differente sottilità e rarità, ed in somma di diversa cedenza, quali, per esempio, son l'acqua e l'aria, si movesse con velocità nell'aria maggiore che nell'acqua secondo la proporzione della rarità dell'aria a quella dell'acqua, ne seguirebbe che ogni mobile che scendesse per aria, scenderebbe anco nell'acqua: il che è tanto falso, quanto che moltissimi corpi scendono nell'aria, che nell'acqua non pur non scendono, ma sormontano all'in su.

Simp. Io non intendo la necessità della vostra conseguenza; e più dirò che Aristotele parla di quei mobili gravi che scendono nell'un mezzo e nell'altro, e non di quelli che scendono nell'aria, e nell'acqua vanno all'in su.

Salv. Voi arredate per il Filosofo di quelle difese che egli assolutamente non produrrebbe, per non aggravar il primo errore. Però ditemi se la corpulenza dell'acqua, o quel che si sia che ritarda il moto, ha qualche proporzione alla corpulenza dell'aria, che meno lo ritarda; ed avendola, assegnatela a vostro beneplacito.

Simp. Halla, e ponghiamo ch'ella sia in proporzione decupla; e che però la velocità di un grave che scenda in amendue gli elementi, sarà dieci volte più tardo nell'acqua che nell'aria.

Salv. Piglio adesso un di quei gravi che vanno in giù nell'aria, ma nell'acqua no, qual sarebbe una palla di legno, e vi domando che voi gli assegniate qual velocità più vi piace, mentre scende per aria.

Simp. Ponghiamo che ella si muova con venti gradi di velocità.

Salv. Benissimo. Ed è manifesto che tal velocità a qualche altra minore può avere la medesima proporzione che la corpulenza dell'acqua a quella dell'aria, e che questa sarà la velocità di due soli gradi; tal che veramente, a filo e a dirittura, conforme all'assunto d'Aristotele, si dovrebbe concludere che la palla di legno, che nell'aria, dieci volte più cedente dell'acqua, si muove

scendendo con venti gradi di velocità, nell'acqua dovrebbe scendere con due, e non venir a galla dal fondo, come fa: se già voi non voleste dire che nell'acqua il venir ad alto, nel legno, sia l'istesso che l'calare a basso con due gradi di velocità; il che non credo. Ma già che la palla del legno non cala al fondo, credo pure che mi concederete che qualche altra palla d'altra materia, diversa dal legno, si potrebbe trovare, che nell'acqua scendesse con due gradi di velocità.

Simp. Potrebbe senza dubbio, ma di materia notabilmente più grave del legno.

Salv. Questo è quel ch'io vo cercando. Ma questa seconda palla, che nell'acqua scende con due gradi di velocità, con quanta velocità scenderà nell'aria? Bisogna (se volete servir la regola d'Aristotele) che rispondiate che si moverà con venti gradi: ma venti gradi di velocità avete voi medesimo assegnati alla palla di legno: adunque questa e l'altra assai più grave si moveranno per l'aria con egual velocità. Or come accorda il Filosofo questa conclusione con l'altra sua, che i mobili di diversa gravità nel medesimo mezzo si muovano con diverse velocità, e diverse tanto quanto le gravità loro? Ma senza molto profonde contemplazioni, come avete voi fatto a non osservar accidenti frequentissimi e palpabilissimi, e non badare a due corpi che nell'acqua si moveranno l'uno cento volte più velocemente dell'altro, ma che nell'aria poi quel più veloce non supererà l'altro di un sol centesimo? come, per esempio, un uovo di marmo scenderà nell'acqua cento volte più presto che alcuno di gallina, che per l'aria nell'altezza di venti braccia non l'anticiperà di quattro dita; ed in somma tal grave andrà al fondo in tre ore in dieci braccia d'acqua, che in aria le passerà in una battuta o due di polso, e tale (come sarebbe una palla di piombo) le passerà in tempo facilmente men che doppio. E qui so ben, Sig. Simplicio, che voi comprendete che non ci ha luogo distinzione o risposta veruna. Concludiamo per tanto, che tale argomento non conclude nulla contro al vacuo; e quando concludesse, distruggerebbe solamente gli spazii notabilmente grandi, quali né io né credo che quelli antichi supponessero naturalmente darsi, se ben forse con violenza si possan fare, come par che da varie esperienze si raccolga, le quali troppo lungo sarebbe il voler al presente arrecare” (*Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*, 1638).

Appendice “metodologica”

Aristotele

1) “Poiché in ogni campo di ricerca di cui esistono principi o cause o elementi, il sapere e la scienza (comprensione autentica) derivano dalla conoscenza di questi ultimi - noi, infatti, pensiamo di conoscere ciascuna cosa solo quando ne abbiamo ben compreso le prime cause e i primi principi e, infine gli elementi - , è evidente che anche nella scienza della natura si deve cercare di determinare anzitutto ciò che riguarda i principi. E' naturale che si proceda da quello che è più conoscibile e chiaro per noi (l'esperienza di tutti i giorni) verso quello che è più chiaro e conoscibile per natura (le idee e i principi fondamentali): che non sono la medesima cosa il conoscibile per noi ed il conoscibile in senso assoluto. Perciò è necessario procedere in questo modo: da ciò che è meno chiaro per natura, ma più chiaro per noi a ciò che è più chiaro e conoscibile per natura” (*Fisica I*, 1, 184a, trad. it. in *Opere*, vol. 4, Laterza, Bari 1973, p. 3).

2) “D’altro lato, noi pensiamo di conoscere un singolo oggetto assolutamente – non già in modo sofisticato, cioè accidentale – quando riteniamo di conoscere la causa, in virtù della quale l’oggetto è, sapendo che essa è causa di quell’oggetto, e crediamo che all’oggetto non possa accadere di comportarsi diversamente. [...] chiamiamo sapere il conoscere mediante dimostrazione. Per dimostrazione, d’altra parte, intendo il sillogismo scientifico, e scientifico chiamo poi il sillogismo in virtù del quale, per il fatto di possederlo, noi sappiamo. Se il sapere è dunque tale, quale abbiamo stabilito, sarà pure necessario che la scienza dimostrativa si costituisca sulla base di premesse vere, prime, immediate, più note della conclusione, anteriori ad essa, e che siano cause di essa: a questo modo, infatti, pure i principi risulteranno propri dell’oggetto provato. In realtà, un sillogismo potrà sussistere anche senza tali premesse, ma una dimostrazione non potrà sussistere, poiché allora non produrrebbe scienza” (Aristotele, *Analitici secondi*, I, 2, 71b; trad. it. in *Opere*, vol. 1, Laterza, Bari 1973, p. 261-262).

Galilei

1) “Stante, dunque, ciò, mi par che nelle dispute di problemi naturali non si dovrebbe cominciare dalle autorità di luoghi delle Scritture, ma dalle sensate esperienze e dalle dimostrazioni necessarie [...] pare che quello degli effetti naturali che o la sensata esperienza ci pone dinanzi a gli occhi o le necessarie dimostrazioni ci concludono, non debba in conto alcuno esser revocato in dubbio” (Lettera a Madama Cristina di Lorena Granduchessa di Toscana, 1615).

2) “[...] io argomento *ex suppositione*, figurandomi un moto verso un punto, il quale partendosi dalla quiete vadia accelerandosi, crescendo la sua velocità con la medesima proporzione con la quale cresce il tempo; e di questo tal moto io dimostro concludentemente molti accidenti: soggiungo poi, che se l'esperienza mostrasse che tali accidenti si ritrovassero verificarsi nel moto dei gravi naturalmente descendentì, potremmo senza errore affermare questo essere il moto medesimo che da me fu definito e supposto; quanto che no, le mie dimostrazioni, fabricate sopra la mia supposizione, niente perdevano della sua forza e concludenza; sì come niente progiudica alle conclusioni dimostrate da Archimede circa la spirale il non ritrovarsi in natura mobile che in quella maniera spiralmemente si muova. Ma nel moto figurato da me è accaduto che tutte le passioni, che io ne

dimostro, si verificano nel moto dei gravi naturalmente descendentì” (Lettera a Pietro Carcavy, 5 giugno 1637).

3) “Voglio per tanto inferire, che se bene indarno si tenterebbe l'investigazione della sustanza delle macchie solari, non resta però che alcune loro affezioni, come il luogo, il moto, la figura, la grandezza, l'opacità, la mutabilità, la produzione ed il dissolvimento, non possino da noi esser apprese, ed esserci poi mezi a poter meglio filosofare intorno ad altre più controverse condizioni delle sustanze naturali [...]”. (Terza lettera a Marco Velsari sulle macchie solari, 1° dicembre 1612).

Appendice 2: le schede per il lavoro individuale

Scheda 1

Abbiamo visto che se si sottopone una molla ad un peso, la molla si allunga e l'allungamento è proporzionale al peso. Prendiamo una molla dello stesso materiale ma di lunghezza doppia di quella considerata in precedenza: cosa si può dire dell'allungamento?

Scheda 2

Immagina di essere Galileo e di voler scrivere un dialogo sul problema della molla di lunghezza doppia.

Come ricorderai, i personaggi sono:

- Salviati (cioè te stesso), che cerca di convincere Simplicio che la molla di lunghezza doppia subisce un allungamento doppio e di spiegarne le ragioni;
- Simplicio, che sostiene che la molla di lunghezza doppia ha lo stesso allungamento della molla di partenza, perché il materiale è lo stesso e la molla ha sempre lo stesso diametro;
- Sagredo, il moderatore.

Appendice 3: lo svolgimento del progetto

- Lunedì 5 febbraio 2007:
 - 1 ora (filosofia): lettura del brano di Aristotele, eventuale lettura dei brani di supporto
 - È ripresa la dottrina dei luoghi naturali di Aristotele.
 - Il principio di inerzia è per Aristotele inaccettabile, per due motivi: per l'esperienza e per l'inaccettabilità dei movimenti infinito rettilineo.
- Martedì 6 febbraio 2007
 - 1 ora (filosofia): lettura del brano di Aristotele, eventuale lettura dei brani di supporto;
 - Spazio per alcune considerazioni metodologiche (con brani di supporto)
 - 2 ore (matematica): ripresa del brano di Aristotele, con approfondimento della parte "fisica"
 - Discussione sulla caduta dei gravi. Esperimenti mentali: due studenti che corrono per mano, due studenti che cadono legati...esperimento mentale: il registro con sopra il foglio
 - Riflessione sul linguaggio di Aristotele e sul linguaggio matematico con cui si possono tradurre le sue parole (proporzionalità, modelli matematici)
 - Discussione sull'esperienza
 - Gli studenti vanno anche alla lavagna per schematizzare, tradurre in termini matematici (prevalentemente usando la proporzionalità ed i grafici) quanto affermato da Aristotele. Problemi nella realizzazione dei grafici
- Mercoledì 7 febbraio:
 - 2 ore (matematica): lettura del brano di Galilei
 - lettura "recitata" dagli studenti. Si introduce anche un personaggio non previsto dal dialogo: la voce di Aristotele che "controlla" l'aristotelico Simplicio
 - discussione sulla sottigliezza, densità...
 - problema: Aristotele ha davvero sperimentato?
 - Problema dell'approssimazione in quanto dice Simplicio ed in quanto dice Salviati
- Martedì 13 febbraio:
 - 1 ora (filosofia): approfondimento teorico a partire da Aristotele: argomentazione e dimostrazione
 - Teoria dell'argomentazione: validità e verità; conseguenza logica; dimostrazione ed argomentazione; modus ponens, modus tollens
 - 2 ore (matematica):
 - Si termina la lettura di Galilei
 - riferimento all'esperienza (fatta dagli studenti nel corso dell'anno scolastico precedente) di costruzione di un dinamometro, per introdurre il problema della molla di lunghezza doppia; produzione di risoluzioni individuali
 - prima condivisione delle risoluzioni individuali: gli studenti vanno alla lavagna
- Mercoledì 14 febbraio:
 - 2 ore (matematica): continua la discussione sulle soluzioni individuali; Anita legge la sua soluzione
 - proposta di realizzazione di un dialogo (eco della voce di Galilei)

- Giovedì 15 febbraio:
 - 2 ore (filosofia, matematica): discussione sui dialoghi prodotti, bilancio

Bibliografia di riferimento

- Boero, P.; Pedemonte, B.; Robotti, E.: 1997, 'Approaching theoretical knowledge through voices and echoes: a Vygotskian perspective', *Proceedings of PME-XXI*, Lahti, vol. II, pp. 81-88.
- Boero, P.; Chiappini, G.; Pedemonte, B.; Robotti, E.: 1998, 'The voices and echoes game and the interiorization of crucial aspects of theoretical knowledge in a vygotskian perspective: ongoing research', *Proceedings of PME-XXII*, Stellenbosch, vol. 2, 120-127.
- Boero, P. & Tizzani, P.: 1998, 'La chute des corps de Aristote à Galilée: voix de l'histoire et echos dans la classe pour l'approche au savoir théorique', *Proceedings of CIEAEM-49*, Setubal, pp. 369-376.
- Garuti, R.; Boero, P. & Chiappini, G.: 1999, 'Bringing the Voice of Plato in the Classroom to Detect and Overcome Conceptual Mistakes', *Proceedings of PME-XXIII*, Haifa, vol. 3, pp. 9-16.