IL PRINCIPIO DI INDUZIONE

STAGE AL DIMA

- Provare che $\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$ per ogni $n \geq 1$.
- Provare che $\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6}$ per ogni $n \geq 1$.
- Provare che $n! \geq n$ per ogni $n \geq 1$.
- Per quali n vale $2^n > n^2$?
- Per quali n vale $n! > n^3$?
- Per quali n vale $n! > 2^n$?
- Provare che se $x \neq 1$ e $n = 1, \ldots$

  $$\sum_{k=0}^{n} x^n = \frac{1 - x^{n+1}}{1 - x}$$

  Calcolare area e perimetro del fiocco di neve.
- Trovare l'errore nella dimostrazione della seguente proposizione:
  "Se nel mio portafoglio ho una banconota da 50€, allora sono tutte da 50€".
  La frase è manifestamente vera con $n = 1$. Si supponga la tesi vera tutte le volte che nel portafoglio ci siano $n = k$ banconote e ragioniamo con $k + 1$ banconote, di cui una da 50€. Pensiamo di togliere una banconota (non quella da 50); nel portafoglio ne sono rimaste k, di cui una da 50, allora sono tutte da 50. Rimettiamo quella eliminata e ripetiamo il procedimento precedente. A questo punto nel portafoglio ci sono tutte banconote da 50, tranne al più una. Togliamone una (diversa da quella tolta prima) e rimaniamo con k banconote, quindi sono tutte da 50.
- Provare che se $\sum_{i=1}^{n} i = \frac{(2n+1)^2}{8}$, allora $\sum_{i=1}^{n+1} i = \frac{(2(n+1)+1)^2}{8}$.
  Possiamo concludere che $\sum_{i=1}^{n} i = \frac{(2n+1)^2}{8}$ per ogni $n = 1, \ldots$?