

Allenamenti per la Coppa Galileo 2013 – Probabilità

Istruzioni Generali

- Si ricorda che per tutti i problemi occorre produrre un numero intero, compreso tra 0000 e 9999.
- Se la quantità richiesta è un numero compreso tra 0 ed 1, si indichino le prime 4 cifre della mantissa senza arrotondamento (ad esempio $1/16$ diventa 0625, $1/4$ diventa 2500, $1/6$ diventa 1666).
- Se la quantità richiesta è un numero negativo, oppure se il problema non ha soluzione, si indichi 0000.
- Se la quantità richiesta è un numero maggiore di 9999, oppure se non è univocamente determinata, si indichi 9999.

1 Nell'armadio di George ci sono 5 completi (pantaloni, giacca e camicia). Sua moglie Elisabetta ha numerato ciascun completo (da uno a cinque) in modo che George non mischi tra di loro i completi. Purtroppo, George ha bevuto un po' troppo e sceglie a caso una camicia, un paio di pantaloni ed una giacca. Qual è la probabilità che la *somma* dei numeri sui tre indumenti sia 9 ?

2 Ogni settimana si svolge una lotteria in cui vengono estratti senza ripetizione 5 numeri da un'urna contenente 100 palline numerate da 1 a 100. Chi indovina uno dei cinque numeri estratti vince 10 euro. Questa settimana Penelope scommette sull'uscita del "17". Qual è la probabilità che Penelope vinca ? Qual è la probabilità che Penelope vinca, sapendo che il "17" non è uscito nelle ultime 100 estrazioni ?

3 Nicole lancia un dado non truccato a 5 facce. Quindi Nicole lancia una moneta equilibrata tante volte quanto è stato l'esito del lancio del dado. Qual è la probabilità che il numero totale di teste uscite sia esattamente tre ?

4 Nello stato di Sparagnacco, la procedura per diventare professori all'università è la seguente. Da un'urna contenente 60 palline numerate da 1 a 60 vengono estratte ad una ad una tutte le palline (senza rimetterle dentro). Si diventa professori solo se alla 47-esima estrazione viene estratto il numero 47. Qual è la probabilità che Ernesto diventi professore ?

5 Nel paese di Arbulaz, ogni mille adulti ci sono 50 matematici. Ai bambini dell'asilo viene fatto un test per verificare la loro attitudine alla matematica. La percentuale di falsi positivi (futuri non matematici che risultano positivi al test) è del 10%, mentre la percentuale di falsi negativi (futuri matematici che risultano negativi al test) è del 30%. Sapendo che il piccolo Filippo è positivo al test, qual è la probabilità che diventi un matematico da grande ?

6 Una moneta in cui la probabilità che esca "testa" è del 20%, viene lanciata sette volte. Qual è la probabilità di ottenere esattamente 4 "teste" e 3 "croci" ?

7 Nel 1970 i Beatles vennero a Genova in incognito e pernottarono all'albergo *Nicolas Bourbaki* (ora distrutto per costruire l'attuale dipartimento di matematica). L'albergo aveva 10 camere di lusso disposte dallo stesso lato di un corridoio rettilineo dell'ultimo piano. A ciascuno dei cantanti venne assegnata a caso una camera: qual è la probabilità che avessero camere contigue ?

Risposte (probabilmente corrette)

1	2	3	4	4	6	7
1520	0500	1375	0166	2692	0286	2333

Cenni di soluzioni

1 Il numero di modi per scegliere un completo è $5^3 = 125$. Il numero di modi per cui la somma è *nove* è 19 poiché

$$\begin{array}{r} 3 \cdot 2 = 6 \quad 1 + 3 + 5 \\ \quad \quad 3 \quad 1 + 4 + 4 \\ \quad \quad 3 \quad 2 + 2 + 5 \\ 3 \cdot 2 = 6 \quad 2 + 3 + 4 \\ \quad \quad 1 \quad 3 + 3 + 3, \end{array}$$

per cui la probabilità è $19/125 = 0.1520$.

2 Se si ordinano le palline estratte, il numero di possibili estrazioni è $100 \cdot 99 \cdot \dots \cdot 96$, mentre le estrazioni in cui esce il "17" sono $5 \times (99 \cdot 98 \cdot \dots \cdot 96)$, per cui la probabilità è di $5/100 = 0.0500$.

3 Se il risultato del lancio del dado è 1 o 2, non ci possono essere tre teste. Se esce 3, la probabilità di tre teste è $(1/2)^3$; se esce 4, la probabilità di tre teste è $4(1/2)^4$; se esce 5, la probabilità di tre teste è $\frac{5 \cdot 4}{2}(1/2)^5$. La probabilità richiesta è

$$p = \frac{1}{5} \frac{1}{8} + \frac{1}{5} \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \frac{5}{16} = \frac{11}{80},$$

da cui $p = 11/80 = 0,1375$.

4 Il numero di modi in cui si possono estrarre le 60 palline è $60 \cdot 59 \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1 = 60!$. I casi *favorevoli* sono quelli in cui al 47-esimo posto c'è la pallina contrassegnata con "47". Questo si può realizzare in $59 \cdot 58 \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1 = 59!$. La probabilità richiesta è: $\frac{59!}{60!} = \frac{1}{60} = 0.0166\dots$

5 Su 1000 bambini, 50 diventeranno matematici mentre gli altri 950 non lo saranno. Del primo gruppo risultano positivi al test $50 * 0.7 = 35$, mentre del secondo gruppo $950 * 0.1 = 95$. Il numero totale di bambini positivi al test è quindi $35 + 95 = 130$, per cui $p = \frac{35}{130}$ da cui $p = 0.2692\dots$

6 Il numero di modi in cui si possono disporre quattro teste e tre croci è $\frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2} = 35$. La probabilità di ottenere una fissata sequenza è $(\frac{1}{5})^4 \times (\frac{4}{5})^3 = \frac{4^3}{5^7}$, per cui la probabilità di avere 4 teste e 3 croci è

$$35 \cdot \frac{4^3}{5^7} = \frac{7 \cdot 2^{12}}{10^6} = 0.0286(72).$$

7 Il numero di modi di occupare 4 camere su 10 è $\frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4 \cdot 3 \cdot 2} = 210$, il numero di modi in cui si possono occupare 4 camere in modo consecutivo è 7, da cui la probabilità richiesta è $1/30 = 0.0333\dots$