Piano Nazionale Lauree Scientifiche
Unità locale: Dipartimento di matematica - Università di Genova
Laboratorio PLS
LINGUAGGIO E ARGOMENTAZIONE NELLO STUDIO DELLA MATEMATICA

RIFLESSIONI E PROPOSTE SULL'ARGOMENTAZIONE
- a cura del Gruppo di Progetto -

O. PREMESSA

Questo documento ha lo scopo di dare un inquadramento unitario alle attività didattiche sull'argomentazione da svolgere ai vari livelli scolastici, precisando cosa si intende per argomentazione, individuando le conoscenze, le abilità e gli atteggiamenti necessari per argomentare e alcune scelte pedagogiche e didattiche per promuoverli, e presentando alcune "piste di lavoro" per la scuola primaria (con possibili collegamenti con la scuola dell'infanzia), per la scuola secondaria di I grado e per le scuole secondarie superiori.
Il documento dà per scontata l'importanza dell'argomentazione come competenza centrale nelle attività matematiche e, più in generale, come obiettivo importante della formazione intellettuale del cittadino (si vedano in proposito le vigenti "indicazioni per il curricolo").
Il documento tiene conto delle difficoltà che a tutti i livelli scolastici e all'ingresso all'università si incontrano nell'ottenere prestazioni argomentative soddisfacenti da una percentuale assai elevata di allievi, con conseguenti ostacoli nell'affrontare quegli aspetti della matematica non riducibili all'applicazione meccanica di tecniche (e, più in generale, con serie preoccupazioni per la preparazione culturale con cui gli allievi escono dalle scuole!).

1. COSA SI INTENDE PER ARGOMENTAZIONE

Per gli usi correnti, "argomentazione" potrebbe essere considerato ogni discorso logicamente strutturato, prodotto allo scopo di giustificare una affermazione. Il punto debole di questo approccio riguarda cosa intendiamo per "logicamente strutturato": anche limitandoci al caso della matematica ci interessano vari tipi di argomentazione (dall'argomentazione deduttiva tipica della dimostrazione, ad argomentazioni che si appoggiano ad analogie, esempi, ecc. per sostenere la plausibilità di una affermazione, ad argomentazioni riguardanti il confronto tra metodi risolutivi diversi di uno stesso problema, al fine di giustificare la superiorità di uno di tali metodi, ecc.). Tale varietà rinvia a diversi modi di "strutturazione logica" del discorso, quindi occorre cercare una definizione sufficientemente precisa che li comprenda tutti e insieme escluda altri tipi di discorso (ad esempio la giustificazione apodittica o quella autoritaria, o quella fondata sull'appello alla fiducia in chi sostiene una determinata posizione).
Uno dei modi più semplici per caratterizzare l'argomentazione consiste nel partire dalla definizione di "argomento" come "ragione addotta per la validità di una affermazione" (può trattarsi di un dato, di un'esperienza, del riferimento ad una teoria condivisa, ecc.), e nel considerare una argomentazione come un discorso che coordina diversi argomenti al fine di giustificare una affermazione. Importanti vocabolari (come il Webster, per la lingua inglese) adottano tale definizione. Ci si rende tuttavia conto, quando si vuole analizzare un testo e stabilire se si tratta di una argomentazione, che si tratta di una definizione insufficiente, in quanto alcune parole usate ("ragione", "coordina"...) dovrebbero a loro volta essere definite. Per questo motivo sono state elaborate diverse definizioni più sofisticate di quella precedente, come la definizione proposta dal filosofo del linguaggio Toulmin negli anni '50, oggi utilizzata da diversi ricercatori nell'ambito della didattica della matematica perché offre un modello che "copre" tutti i tipi di argomentazione usualmente utilizzati in matematica e inoltre stabilisce dei collegamenti con molti tipi di argomentazione utilizzati in altri ambiti e nella vita di tutti i giorni.

Toulmin considera una argomentazione come costituita da uno o più "passi di ragionamento" concatenati; i passi di ragionamento sono a loro volta costituiti da un dato ("Data"), da una conclusione ("Conclusion") e da un'inferenza che dal dato conduce alla conclusione grazie a una "regola di garanzia" ("Warrant") che a sua volta può essere sostenuta da una "conoscenza di supporto" ("Backing") (ad esempio un sistema di affermazioni appartenenti a una teoria accreditata). Nel modello proposto da Toulmin si considera sia il caso di una conclusione incondizionatamente valida (in base al "dato" e alla "regola di garanzia"), sia il caso che la conclusione possa essere valida entro limiti dipendenti da condizioni aggiuntive.
La concatenazione si caratterizza attraverso il fatto che la "conclusione" di un passo di ragionamento diventa "dato" (o parte del "dato", ad esempio nel caso di due o più linee di argomentazione che confluiscono in quel punto: "tenuto conto delle conclusioni a cui siamo pervenuti considerando... e considerando..., possiamo affermare che... in quanto...") per il passo successivo.

Un esempio di argomentazione a due passi in matematica è il seguente:

Dati quattro numeri A, B, C, D con $A<B$, $B<C$, $C<D$ (dato) si ha: $A<D$ (conclusione) in quanto:

(PRIMO PASSO) da $A<B$ e $B<C$ (parte del dato iniziale) segue $A<C$ (conclusione intermedia) perchè per la diseguaglianza tra numeri vale la proprietà transitiva (warrant);

(SECONDO PASSO) d'altra parte da $A<C$ (dato ricavato dalla conclusione del passo precedente) e $C<D$ (parte del dato iniziale) segue $A<D$ (conclusione generale) per la stessa proprietà transitiva (warrant)

Un esempio di argomentazione in matematica che meglio evidenzia il backing è il seguente:

Due triangoli rettangoli con un angolo acuto in comune (dato) sono simili (conclusione) in quanto:

(PRIMO PASSO) In un triangolo con un angolo di 90° (parte del dato complessivo iniziale) la somma dei due angoli acuti è 90° (prima conclusione intermedia) poiché la somma degli angoli interni di un triangolo è 180° (warrant) in quanto si tratta di triangoli della geometria euclidea (backing);

(SECONDO PASSO) Essendo la somma degli angoli acuti 90° in entrambi i triangoli (dato ricavato dalla conclusione del passo precedente) ed avendo i due triangoli un angolo in comune (parte del dato complessivo iniziale) gli altri due angoli acuti sono uguali (seconda conclusione intermedia) perchè complementari di uno stesso angolo (warrant);

(TERZO PASSO) Poichè i due triangoli hanno tutti gli angoli uguali (dato ricavato da parte del dato iniziale - triangoli rettangoli - e dalla conclusione del passo precedente) essi sono simili (conclusione generale) per il terzo criterio di similitudine dei triangoli (warrant) nel quadro della geometria euclidea (backing).

Questo esempio illustra anche come la suddivisione in passi e il loro ordine possano derivare (nella modellizzazione di Toulmin) da scelte non univoche, proprio come occorre nel lavoro matematico a seconda del grado di "finezza" del rigore richiesto o accettabile; ad esempio nel primo passo resta implicito il fatto che se $90°+A=180°$ allora $A=180°-90°=90°$, e quindi il primo passo potrebbe essere a sua volta suddiviso in due passi...

Nella vita di tutti i giorni e in molte professioni (ad esempio le professioni forensi, che costituiscono il riferimento più usato da Toulmin) sono frequenti argomentazioni che si modellizzano in modi analoghi a quello precedente:

Il sig. Piero era a Roma alle 8, e l'assassinio è stato commesso a Londra alle 9, quindi occorre cercare un altro colpevole

PRIMO PASSO: Il sig. Piero era a Roma alle 8 (parte del dato generale) quindi non poteva essere a Londra alle 9 (conclusione parziale) perchè il tempo minimo per arrivare da Roma a Londra è di due ore (warrant) tenuto conto dei mezzi di trasporto disponibili (backing);

SECONDO PASSO: Il sig. Piero non poteva essere a Londra alle 9 (dato ricavato dalla conclusione del passo precedente), quando è stato commesso l'assassinio (parte del dato generale), quindi occorre cercare un altro colpevole (conclusione generale) in quanto il sig. Piero non può essere l'assassino (warrant).

Un esempio (in campo matematico) di argomentazione diversa dalla dimostrazione si ha considerando la valutazione di un procedimento di calcolo:

"Tra le tecniche di calcolo scritto della moltiplicazione, quella oggi insegnata in Italia e nella maggior parte dei Paesi è la più trasparente e meglio comprensibile in quanto si basa sulla proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione. Tale tecnica è necessaria in ogni caso in cui il moltiplicando e il moltiplicatore sono a più di due cifre (in quanto in tale situazione non è possibile eseguire il calcolo a mente), <u>con l'eccezione del caso in cui il moltiplicando e il moltiplicatore hanno solo una o due cifre iniziali diverse da zero, perchè in tal caso è sufficiente eseguire il calcolo con i numeri costituiti dalle cifre significative dei due fattori e poi aggiungere gli zeri omessi.</u> "
La sottolineatura indica una parte di argomentazione che rientra nel modello di Toulmin come limitazione della validità della conclusione dell'argomentazione che precede ("Essa è necessaria...").

2. COSA OCCORRE PER ARGOMENTARE

Con riferimento alla definizione di Toulmin, occorre che chi argomenta:
- possieda sufficienti conoscenze sull'oggetto dell'argomentazione: esse possono essere "dati" di partenza, ovvero conoscenze ("warrant" e "backing") che supportano i passi di ragionamento; in assenza di tali conoscenze l'argomentazione "gira a vuoto" o si inceppa;
- sappia gestire sul terreno logico e linguistico i passi di ragionamento e la loro concatenazione: uso corretto dei connettivi linguistici che esprimono e permettono le inferenze, padronanza logica delle concatenazioni linguistiche dei passi di ragionamento, ecc.; si noti che le teorie sullo sviluppo delle competenze logico-linguistiche e sul funzionamento della mente oggi più accreditate pongono in evidenza il fatto che il terreno "logico" non può essere separato dal terreno "linguistico" né in fase di sviluppo intellettuale, né in fase di esercizio di tali competenze (in altre parole: la prestazione logica si esercita attraverso il linguaggio);
- possieda modelli di argomentazione corrispondenti a diversi tipi di giustificazione deduttiva (ad esempio la dimostrazione nell'ambito di una teoria, in matematica) e ad altre forme di argomentazione (ad esempio, sempre in matematica, l'invalidazione di enunciati mediante l'uso di contro-esempi, oppure il confronto di metodi risolutivi di un problema). Si noti che certe modalità di argomentazione possono essere valide in certi ambiti e non in altri: l'uso di esempi per giustificare una affermazione è accettabile in molte argomentazioni di uso corrente fuori della matematica, mentre non è accettabile in matematica come "warrant" per un enunciato (può servire solo per sostenere -in genere debolmente- la plausibilità di una congettura);
- abbia interiorizzato i valori culturali insiti nell'argomentazione, e sappia e voglia quindi scegliere la via dell'argomentazione come modalità privilegiata per fare valere le sue ragioni, per giustificare le sue scelte o per assicurare la conformità del suo prodotto (ad esempio, un enunciato in matematica) agli standard culturali della comunità di appartenenza.

Mentre la prima e la terza condizione rinviano al settore culturale a cui si riferisce l'argomentazione, la seconda comporta lo sviluppo di abilità e competenze linguistiche trasversali ai diversi settori culturali, e la quarta richiede una estesa pratica e una forte valorizzazione ambientale. Il soddisfacimento della seconda e della quarta condizione appare non scontato, non facile (soprattutto quando manca un adeguato retroterra culturale famigliare), e da curare sul piano culturale e didattico con una progettazione a lungo termine e di ampio respiro a partire dalla scuola primaria (o addirittura dalla scuola dell'infanzia).
Si può osservare che la prima condizione richiede a tutti i livelli scolastici un lavoro di costruzione concettuale (sui concetti oggetto di attività argomentative) attento alla padronanza dei significati e del linguaggio. Tuttavia l'avvio alle attività argomentative in campo matematico può essere svolto con contenuti matematici abbastanza semplici (per un certo livello scolastico). Inoltre le attività argomentative possono contribuire all'individuazione di lacune nella padronanza dei concetti e al loro superamento. Consideriamo in proposito il seguente esempio.

L'insegnante sceglie, alla fine della classe I di scuola secondaria di I grado, di realizzare l'approccio al congetturare e al dimostrare a partire dalla domanda: "Quali sono i divisori comuni a due numeri interi consecutivi? Perché?". Attraverso esempi i ragazzi si rendono conto che l'unico divisore comune "sembra

essere" 1. Come giustificarlo in generale, evitando di controllarlo caso per caso - cosa che può essere lunga e faticosa se ad esempio si considerano i numeri 231 e 232?
Nei successivi lavori individuali e nelle discussioni in classe si evidenziano incertezze dei ragazzi sulle relazioni tra "divisore" e "multiplo", e soprattutto sulla nozione di "resto": un ragazzo scopre che un divisore maggiore di 1 di un numero non può dividere il numero successivo perchè il resto della divisione verrebbe uno... l'insegnante si accorge che questo "argomento" è estraneo per molti ragazzi; attraverso la discussione si accorge che per loro "resto della divisione" è un numero privo di significato, un qualcosa che "si ottiene alla fine, quando non è richiesto di andare ai decimali" e basta, non è quanto resta del dividendo una volta "svuotato" il dividendo stesso con il massimo multiplo del divisore che "sta" nel dividendo. La costruzione della dimostrazione diventa così una occasione importante per rivedere una concettualizzazione carente della divisione (in particolare per quanto riguarda la nozione di resto).

Come si può constatare all'inizio dei corsi universitari di matematica in tutte le facoltà (compreso il corso di laurea in matematica), alcune delle carenze più gravi degli studenti riguardano le condizioni prima elencate, soprattutto la seconda e la terza (con carenze che riguardano attualmente percentuali assai elevate di studenti, superiori al 30% fino ad arrivare al 50% ed oltre in certi corsi di laurea in cui la matematica ha un peso non rilevante).
D'altra parte nella prospettiva di una educazione all'argomentazione che crei un abito mentale adatto per affrontare l'argomentazione in campo matematico e scientifico occorre affrontare questioni difficili, come evidenziato dagli esempi che seguono (essi riguardano solo tre tipi di difficoltà, in realtà le difficoltà sono molte di più e sono collegate alle quattro condizioni precedenti).

I° ESEMPIO: Alcuni, bambini, ragazzi (ma anche adulti), sembrano incapaci di utilizzare "dati" che sfuggono alla loro conoscenza-esperienza diretta o che la contraddicono. Ad es., nei sillogismi si inchiodano su una delle premesse (“i panda si nutrono di gemme di bambu” "... ma io non so cosa mangiano i panda”), e non riescono a procedere. Questi bambini sono candidati ad essere esclusi dall'argomentazione in matematica (e in altri ambiti) appena si affrontano forme di ragionamento che si basano sul portare alle estreme conseguenze una affermazione assunta come punto di partenza, come "dato" e falsa (come avviene nel "ragionamento per assurdo": "supponiamo che sia vero che X. Allora ne segue... e quindi ... e quindi... In conclusione, non può essere vero X"). Come intervenire in questi casi? Come condurre il bambino ad appropriarsi di forme di ragionamento in cui si sospende il giudizio di verità (o di conoscenza) sulle affermazioni in gioco nell'organizzazione logica del discorso?

II° ESEMPIO: Che cosa impedisce ad Ada, una bambina di quasi 7 anni che in ottobre di fronte al ciliegio con molte foglie gialle afferma che la sua ipotesi di albero spoglio è confermata, perché siamo in autunno e gli alberi in autunno sono senza foglie, di modificare la propria argomentazione “scientifica” in base ai dati forniti dall'osservazione diretta? Nella suja classe Ada non è la sola a manifestare rigidità nel rivedere le sue concezioni di fronte alla realtà. Si tratta di bambini che (al contrario di quelli dell'esempio precedente - ma a volte in certi bambini si alternano comportamenti del primo e del secondo tipo) non sembrano preoccuparsi del rapporto tra le affermazioni che fanno (o ascoltano) e la loro esperienza e fanno prevalere quello che pensano su quello che vedono (o esperiscono in altre forme). Anche in questo caso non è facile intervenire, anche perché l'intervento rischia di bloccare il necessario sviluppo di forme di pensiero che prescindono da un continuo riferimento a esperienze e dati reali.

III° ESEMPIO: Come interpretare, e come superare, le difficoltà di quei ragazzi di 12-13 che usano correntemente il "perchè" riferito a cause fisiche o a violazioni di regole ("è stato punito perché il regolamento della scuola vieta...") ma sono bloccati nell'usarlo in situazioni matematiche anche semplici ("29 è un numero dispari perché non è divisibile per 2"), all'inizio delle attività che conducono alle prime dimostrazioni?

3. SCELTE PEDAGICHE E DIDATTICHE GENERALI PER LO SVILUPPO DELL'ARGOMENTAZIONE

La complessità delle condizioni necessarie per l'argomentazione e le difficoltà che gli insegnanti incontrano nell'ottenere sufficienti prestazioni argomentative dalla maggior parte degli allievi ai vari livelli scolastici suggeriscono alcuni "principi" che dovrebbero essere seguiti per lo sviluppo in verticale (da 5-6 anni a 18-19 anni) di attività sull'argomentazione. Essi vengono qui enunciati in forma sintetica e generale; alcuni verranno poi ripresi in modo specifico per i diversi livelli scolastici.
A) Le attività sull'argomentazione in matematica (e più in generale le attività sull'argomentazione) non possono essere confinate in uno "spazio" ristretto dell'offerta formativa; dato che non si tratta di

tecniche o di nozioni, ma di un insieme di atteggiamenti, valori, risorse logico-linguistiche da costruire progressivamente, l'argomentare dovrebbe diventare una prestazione che si inserisce in molte attività in ambiti disciplinari diversi.
B) ...quindi richieste del tipo "spiega perché", "motiva la tua scelta", "motiva la tua interpretazione", "confronta.... con ..."(nel caso di strategie risolutive di problemi, di ipotesi o congetture, ecc.), "stabilisci se... e giustifica la tua risposta" dovrebbero essere affiancate a compiti di natura diversa e in ambiti diversi (dalla produzione di ipotesi, alla risoluzione di problemi, alla stesura di progetti, all'analisi di fatti...).
C) Le attività sull'argomentazione (per essere incisive e credibili per gli allievi) hanno bisogno di un contesto educativo in cui il giustificare le proprie scelte, il confrontare alternative possibili identificando ed esplicitando i pro e i contro, ecc. sono richieste rivolte frequentemente agli allievi ma anche comportamenti praticati dagli insegnanti.
D) Cruciale appare una "pedagogia dell'errore" in cui l'errore viene vissuto dagli allievi come un rischio inevitabile quando si cercano strade nuove, quando si formulano ipotesi, quando si valutano situazioni. La riflessione sulle possibili cause dell'errore e sui suoi effetti, la ricerca dei modi per superarlo o per evitarlo dovrebbero sostituire la "sanzione" dell'errore come unico sbocco del processo valutativo dell'insegnante.
E) L'attenzione alla precisione e pertinenza del linguaggio verbale dovrebbe essere oggetto di impegno da parte di tutti gli insegnanti a tutti i livelli scolastici (anche in prestazioni di natura non argomentativa, come nel caso delle descrizioni o delle narrazioni).

4. ARGOMENTAZIONE IN MATEMATICA E IN ALTRI AMBITI, NEL CASO DELLA SCUOLA PRIMARIA

A differenza della scuola secondaria di I grado e soprattutto della scuola secondaria superiore, nella scuola primaria le occasioni di autentica argomentazione offerte dalla matematica sono abbastanza limitate, mentre le esigenze di costruzione (all'età giusta) delle competenze trasversali (seconda condizione del punto precedente) e dei valori necessari all'argomentazione (quarta condizione) richiedono un intervento esteso in senso sincronico (adeguato tempo-scuola da investire nello stesso periodo in ambiti diversi) e in senso diacronico (intervento prolungato sull'intero arco della scuola primaria). Inoltre alcune delle competenze logico-linguistiche che occorre sviluppare negli allievi trovano il loro più naturale terreno di approccio in ambiti non matematici (ad esempio, il riconoscimento e il superamento delle tautologie è inizialmente più accessibile in attività di giustificazione che riguardano i rapporti interpersonali e le esperienze quotidiane; lo stesso vale per la padronanza del ragionamento ipotetico, che nella negoziazione e nell'interpretazione di regole di giochi trova un terreno assai fertile e motivante). E infine, se si guarda allo sviluppo delle competenze argomentative come obiettivo la cui valenza formativa non è limitata alla matematica ma investe lo sviluppo intellettuale del futuro cittadino, è chiaro che i risultati migliori si ottengono quando l'esercizio delle competenze argomentative riguarda ambiti diversi, con sinergie e "trasferimenti" da un ambito all'altro.
Di conseguenza, si pone la necessità di un intervento ad ampio spettro, con apporti specifici collegati ai diversi ambiti di attività e disciplinari della scuola primaria, con un impegno volto a riconoscere e qualificare la dimensione logico-linguistica di tali ambiti ed attività.
Si potrebbe dire che nella scuola primaria l'argomentazione deve essere promossa come competenza trasversale in un contesto in cui argomentare è un "modo di essere" fortemente valorizzato dall'insegnante. In questo senso è molto importante che l'insegnante in prima persona attraverso i suoi comportamenti fornisca un esempio del valore che attribuisce all'argomentare: l'insegnante che fornisce spiegazioni per le sue scelte, che è disponibile a ragionare con i bambini sulle richieste che fa, ecc. ha un effetto sui bambini molto maggiore di una richiesta pressante di argomentazione formulata da un insegnante che (per quanto lo riguarda) evita di argomentare!
E' noto che in famiglia imparano ad argomentare soprattutto i bambini che sono abituati a un clima famigliare in cui l'argomentare è comportamento consueto degli adulti.

4.1 - sul terreno operativo, nella scuola primaria...
Per le ragioni viste in precedenza, e anche per esperienze condotte negli scorsi anni nella scuola primaria (in classi nelle quali il solo insegnante di area matematico-scientifica lavorava sullo sviluppo delle competenze argomentative) riteniamo insufficiente concentrare nell'area matematica (o matematico-scientifica) della scuola primaria tutto l'intervento sull'argomentazione: si rischia di non incidere sui bambini che hanno bisogno di più tempo per imparare e sui bambini con insufficiente retroterra culturale famigliare, e inoltre i risultati di apprendimento ottenuti hanno una portata limitata, rispetto alle esigenze di formazione intellettuale del cittadino.
Con riferimento al precedente punto 2, occorre fin dalla classe I (o addirittura da prima, nell'ultimo anno della scuola dell'infanzia) puntare su alcune attività che possono fornire gli strumenti espressivi che consentono lo sviluppo dei processi argomentativi e insieme gradualmente conducono all'interiorizzazione dei valori culturali connessi all'argomentazione.
Oltre alla scelta di attività adatte, occorre (per assicurarne l'efficacia) operare SCELTE METODOLOGICHE E PEDAGOGICHE coerenti con gli obiettivi che ci si propone di raggiungere. Il "progetto argomentazione" a livello di scuola primaria può fallire (o non raggiungere i risultati sperati) se inserito in un quadro didattico e pedagogico non coerente con lo sviluppo di attività argomentative "partecipate" dai bambini.
Vedremo ad esempio che una attività assai importante per lo sviluppo delle competenze argomentative (in ambito matematico come in altri ambiti) è la produzione di ipotesi motivate. In tale attività il bambino rischia di bloccarsi se ha paura di sbagliare (cioè di non produrre una ipotesi valida). Occorre quindi una "pedagogia dell'errore" che aiuti il bambino a rendersi conto degli errori che commette senza penalizzare i suoi tentativi di trovare soluzioni per i problemi proposti, e che lo abitui a pensare all'errore come ad una eventualità inevitabile se "si prendono dei rischi" nel tentare strade nuove. D'altra parte occorre anche una pedagogia dell'accoglienza e della valorizzazione di quello che il bambino produce sia oralmente che in forma scritta. Il confronto tra le produzioni individuali dei bambini, l'uso in classe di sbobinature di loro interventi nelle discussioni, ecc. da un lato offre occasioni di superamento di errori e di diffusione nella classe di metodi e idee elaborate dai bambini stessi con il loro linguaggio (quindi spesso più accessibili ai compagni), dall'altro fa sentire al bambino di essere accolto e seguito dall'insegnante nel suo lavoro. E occorre una pedagogia dell'ascolto dei bambini, con strumenti e tecniche che consentano all'insegnante di ritornare su quello che i bambini dicono nelle discussioni e nelle interazioni 1-1 con l'insegnante. In tal senso il registratore dovrebbe diventare un compagno inseparabile dell'insegnante, con la possibilità che offre di RIASCOLTARE CON CALMA i bambini e di sbobinare i loro interventi più interessanti. Sul terreno delle metodologie didattiche, lo sviluppo di competenze argomentative richiede (soprattutto nel primo ciclo della scuola primaria) che l'insegnante aiuti il bambino a mettere ordine nei suoi pensieri, a sviluppare le sue intuizioni in un discorso comprensibile e ben articolato, ecc. Una tecnica assai efficace in tal senso consiste nel "prestamano" (documentato in una delle unità di lavoro del Progetto MIUR-DIMA nel sito *www://didmat.dima.unige.it),* cioè nell'assistenza individualizzata prestata al bambino ai fini della costruzione di un testo adatto ad essere scritto che mette ordine e dà forma al suo pensiero, e viene dettato all'insegnante-scrivano con il duplice obiettivo di alleggerire la fatica del bambino e di abituarlo a costruire bene nella sua mente il discorso da scrivere.

4-2 -... in ambiti disciplinari e di attività diversi...
NOTA: si sintetizzano qui indicazioni ed esempi ampiamente presenti e anche inquadrati teoricamente nelle unità di lavoro consultabili in rete all'indirizzo www://didmat.dima.unige.it con LINK a: Progetti SeT; Progetto MIUR-DIMA; e nel Rapporto Tecnico "Bambini, maestri, realtà", in forma cartacea, ma anche in gran parte accessibile in rete nel sito www://didmat.dima.unige.it

Ci riferiamo:

A) alla formulazione di IPOTESI in ambiti diversi con GIUSTIFICAZIONE della loro plausibilità.

Spesso si chiede ai bambini della scuola primaria e anche della scuola dell'infanzia di produrre delle ipotesi, ma in genere ci si accontenta che essi producano una risposta (da sottoporre in seguito a verifica) a una domanda posta, non ci si preoccupa della motivazione della risposta.
C'è una differenza di fondo, nel caso della richiesta: *"come troveremo l'albero di ciliegio nella visita che faremo questa mattina"* (formulata in primavera, dopo aver visto nella visita del mese precedente il ciliegio fiorito), tra la risposta: *"con le foglie verdi e i frutti"* e la risposta *"con le foglie verdi e i frutti, perchè dopo i fiori i ciliegi si coprono di foglie e vengono i frutti"*. Risposte del primo tipo possono essere "buttate lì" senza pensarci troppo, oppure perché il bambino ricorda di aver osservato per caso com'era un altro albero di ciliegio per la strada; di fatto, risposte del genere possono essere validate solo con la verifica sperimentale (andare a vedere il ciliegio "adottato" dalla classe, e stabilire chi ha ragione e chi ha torto). Risposte del secondo tipo rinviano invece a un discorso più generale, e inoltre si prestano, nella classe, a un CONFRONTO DI MOTIVAZIONI che attiva processi argomentativi ulteriori (fino ad arrivare in alcuni casi a una VERIFICA ARGOMENTATIVA GENERALE convincente che evita il ricorso alla verifica sperimentale).
Le ipotesi da richiedere con relativa motivazione possono essere:
- ipotesi ANTICIPATRICI (come nel caso precedente, nella classe I o II);
- ipotesi INTERPRETATIVE che direttamente richiedono una motivazione (come nel caso: "Perché la bottiglietta di acqua messa nel congelatore del nostro frigorifero si è spaccata?", nella classe III o IV; o nel caso "Perché è morto il passero che abbiamo trovato in giardino?", con bambini di 5 o 6 anni);
- e anche ipotesi PROGETTUALI ("Come potremmo rimontare questa penna biro che abbiamo smontato?", nella classe II o III), con giustificazione del perché i pezzi vanno montati in un certo ordine - "la molla sul tubicino *prima* di infilare il tubicino dell'inchiostro nell'involucro, perchè se no l'involucro copre il tubicino").

B) alla GIUSTIFICAZIONE di affermazioni, azioni o scelte fatte dal bambino.
Per le affermazioni, si tratta di estendere la richiesta di giustificazione già considerata per le ipotesi ad altri ambiti (convinzioni del bambino, giudizi...);
Per quanto riguarda le azioni, fin dalla scuola dell'infanzia (e addirittura prima, in contesti famigliari adeguati) appare naturale, nel rapporto con il bambino, chiedergli "perchè" ha fatto una certa cosa (soprattutto se vietata...), con il sottinteso che se la spiegazione è adeguata non segue alcun rimprovero o punizione. Si tratta quindi di curare meglio (badando alla precisione del linguaggio e alla completezza della giustificazione) tale tipo di giustificazioni, e magari estenderle ad azioni di altre persone, chiedendo ad esempio "perchè quel signore ha fatto quella cosa".
Per quanto riguarda le scelte, vale quanto detto in precedenza a proposito delle ipotesi, con in più il "valore aggiunto" di un'educazione a scelte meditate, con riflessione sulle possibili conseguenze.

C) a PERCORSI DI LAVORO su temi non matematici che possono consentire un ampio sviluppo di competenze argomentative anche su questioni "astratte", con estesi punti di contatto con competenze matematiche (anche se la matematica non interviene affatto in modo esplicito!).
Ci riferiamo a percorsi di una certa durata scaturiti da consegne quali "Cos'è per te un cambiamento", oppure "Cosa vuol dire per te pensare" (VEDI DOCUMENTAZIONE IN RETE SUL MITO DELLA CAVERNA), ecc.
(disponiamo di dossier completi relativi al lavoro in classe su tali consegne, che possono essere messi a disposizione come riferimento per gli insegnanti interessati).

4-3... nell'ambito matematico...
possiamo distinguere tra PERCORSI DIDATTICI BREVI O LUNGHI che mettono in gioco competenze argomentative in modo esteso, e singoli compiti di natura argomentativa.

I: PERCORSI DIDATTICI PIU' O MENO LUNGHI:

un esempio è quello della classe di Teresa Gazzolo dalla I alla IV, sull'approccio "argomentativo" al pensiero probabilistico; il tema si sviluppa attraverso richieste ai bambini di produrre ipotesi previsionali motivate (ad esempio, sulla maggiore probabilità di vincere puntando sul pari nel lancio di una moneta, o sul due nel lancio di un dado), di giustificare affermazioni, di interpretare dati sperimentali riguardanti eventi aleatori (ad esempio, gli istogrammi delle uscite nel gioco della morra e nel lancio di due dadi), ecc. Quindi il tema è un "contenitore", in campo matematico, per molte delle attività considerate in precedenza.
Il tema è stato replicato in altre classi, in cui ha funzionato bene (si trattava però di classi con attività sull'argomentazione svolte intensamente in diversi ambiti*) (vedi documentazione nel sito di questo progetto).*
Il tema presenta il vantaggio di non doversi scostare da tradizioni didattiche consolidate nella mente dei genitori (e degli stessi insegnanti), dato che la probabilità è praticamente terreno vergine nella scuola primaria. Il tema richiede tuttavia un contratto didattico in cui le prestazioni argomentative sono già famigliari ai bambini (appare difficile realizzare nello stesso percorso sia l'approccio al pensiero probabilistico che l'approccio all'argomentazione!).

Un esempio su un arco di tempo molto più breve (due-tre settimane collocabili alla fine della quarta o in quinta) riguarda l'approccio argomentativo all'infinito, con le due consegne riguardanti "quanti sono i numeri interi?" e "quanti numeri ci sono tra uno e tre*?" (vedi documentazione in rete nel sito di questo progetto)*.
Nello svolgimento in classe il tema suscita un forte interesse nei bambini, ed ha ricadute interessanti sulla conoscenza dei numeri (numeri decimali, linea dei numeri, ecc.). L'immaginazione di "casi" e il controllo argomentativo delle affermazioni prodotte via dai bambini costituiscono gli ingredienti di attività ricche per quanto riguarda gli stimoli offerti allo sviluppo delle competenze argomentative in direzioni diverse (ragionamenti per analogia, brevi catene deduttive, ecc.).
Anche questo tema richiede però la presenza di un contratto didattico e di capacità logico-linguistiche preliminari (non può essere insomma proposto da solo in una classe in cui gli unici rapporti con la matematica sono l'esecuzione di calcoli aritmetici e la risoluzione di problemi secondo modelli standardizzati, e in cui la lingua italiana non viene utilizzata per giustificare affermazioni, procedimenti, ecc.).

Un altro esempio su un arco di tempo breve *(per il quale esiste una ampia documentazione di attività in classi diverse di scuola primaria, alla fine della quarta o in quinta, e anche di scuola media, in I e II, oltre che un report sintetico in inglese che potrebbe essere tradotto in italiano)* riguarda l'uso del dialogo "Il Menone" di Platone per quanto riguarda il brano sul problema del lato del quadrato di area doppia di quella di un quadrato dato.
I bambini leggono con l'insegnante tale brano, e sotto la guida dell'insegnante individuano i tre "passaggi" fondamentali (errore dello schiavo e scoperta dell'errore, indotta da Socrate; tentativo infruttuoso dello schiavo, motivato dalla consapevolezza di "non sapere", di trovare una soluzione; guida alla soluzione da parte del maestro-Socrate). Si concorda poi un argomento su cui i bambini cadono facilmente in errore (ad esempio, per la scuola primaria, l'errore di ritenere che moltiplicando un numero per un altro si ottenga sempre un numero maggiore del primo fattore). Si discute sulla natura dell'errore e si chiede ai bambini di produrre, individualmente, un dialogo con la stessa "struttura" (cioè le stesse tappe) di quello di Socrate, riferito all'errore concordato. Si analizzano alcuni testi prodotti (selezionati dall'insegnante) confrontandoli con il dialogo tratto dal "Menone" per individuare coerenze e incoerenze di impostazione del discorso, eventualmente si costruisce insieme (a partire dalle produzionin individuali) un dialogo il più affine possibile al dialogo di Platone...
Gli obiettivi in gioco sono di CONTENUTO MATEMATICO (dipendenza quadratica delle aree dalle misure lineari, per le figure simili; riflessione su errori comuni riguardanti le operazioni aritmetiche, derivanti dalla trasposizione ai numeri decimali di proprietà valide nel caso degli interi), di METODO MATEMATICO (ricerca e uso di opportuni esempi per invalidare

affermazioni, individuazione del campo semantico di una affermazione per stabilirne i confini di validità), e su FORME DI ARGOMENTAZIONE di grande importanza in matematica (in particolare per giustificare affermazioni o per invalidarle).

II - Per quanto riguarda SINGOLI COMPITI DI NATURA ARGOMENTATIVA IN MATEMATICA, le possibilità sono molte, ma in sostanza riconducibili all'ipotizzare in modo motivato (fino alla forma del "congetturare"), al giustificare e all'interpretare.
Nel proporli, ci rendiamo conto del rischio che su essi e solo su essi si concentri lo sforzo degli insegnanti che sperimentano in classe. Il rischio è duplice: da un lato, le attività indicate rischiano di fallire se non c'è stata adeguata preparazione di competenze argomentative e adeguata interiorizzazione del valore dell'argomentare in altri ambiti e situazioni; dall'altro, le ricadute sulla formazione dei bambini rischiano di essere molto limitate se non accompagnate da attività in altri ambiti.
Come esempi di compiti di natura argomentativa in matematica dalla classe I alla classe V si potrebbero citare:
* in I, provare a comporre il pagamento di 5 centesimi con tutte le monete disponibili, contando tutte le possibilità; e poi provare a comporre 5 con tutti i numeri naturali disponibili, contando tutte le possibilità; e poi INTERPRETARE perchè nel secondo caso si ottengono molte più possibilità; e infine discutere su altre possibili "pezzature" delle monete (chissà perché, a parità di numero di monete da coniare, la moneta da 1 cent e quella da 2 cent, invece che la moneta da 1 e quella da 3 cent...). (si può anche replicare con il numero 6 e la discussione delle tre pezzature 1, 2 e 5 in luogo di altre...).

* in II, dopo la spiegazione dell'insegnante, verbalizzare il procedimento di calcolo in colonna della sottrazione, <u>giustificandolo</u> (con l'aiuto dell'abaco); il compito può essere iterato partendo dal caso di due numeri con due cifre, passando a numeri diversi di cifre e a più cifre;

* in III, dopo la spiegazione dell'insegnante, verbalizzare il procedimento di calcolo della moltiplicazione in colonna, <u>giustificandolo</u>; anche questo compito può essere proposto con moltiplicatore a due cifre e poi riproposto con numeri di cifre maggiori....

* in III, inventare un metodo per moltiplicare un numero decimale per un numero intero, giustificandolo; e poi, alla fine della III o in IV, inventare un metodo per dividere un numero decimale per un numero intero, giustificandolo (nei due casi si possono proporre valori numerici particolari):

* in IV ed in V, verbalizzare i procedimenti:
- di MISURA con un goniometro semi-circolare DI UN ANGOLO DATO (considerando le diverse situazioni possibili: cosa fare se i lati sono troppo corti... cosa fare se l'angolo è maggiore di un angolo piatto...);
- di COSTRUZIONE di un angolo di misura data;
- di COSTRUZIONE di un quadrato o di un triangolo equilatero (<u>giustificando</u> perché si tratta di un quadrato o di un triangolo equilatero);

* in IV ed in V, <u>congetturare e cercare giustificazioni</u> per la "diseguaglianza triangolare" a partire da compiti di costruzione di triangoli con lati di misura assegnata.
....
Vorremmo tuttavia ribadire ancora una volta che compiti del genere sono proponibili e sono produttivi se si affiancano ad attività argomentative in ambiti diversi, del tipo di quelle indicate al punto 3.2, e se sono gestite con le attenzioni pedagogiche e metodologiche indicate al punto 3.1.

5. ARGOMENTAZIONE IN MATEMATICA E IN ALTRI AMBITI, NEL CASO DELLA SCUOLA SECONDARIA DI PRIMO GRADO

In una situazione ideale in cui nella scuola primaria sono state poste le premesse di natura logico-linguistica e di valori culturali necessarie per lo sviluppo dell'argomentazione dovrebbe essere possibile svolgere attività specifiche riguardanti la matematica (o la matematica e le scienze) restando nell'ambito della cattedra di Matematica e Scienze. Tuttavia tale possibilità presenta dei grossi limiti di due tipi:
A) gli alunni che escono oggi dalla scuola primaria in maggioranza non hanno maturato una sufficiente padronanza degli aspetti logico-linguistici dell'argomentazione e non ne hanno interiorizzato i valori;
B) la valenza formativa dell'argomentazione travalica i confini della matematica e delle scienze e si realizza attraverso sinergie tra attività argomentative in ambiti diversi.
Queste considerazioni conducono ad una ipotesi di lavoro che prevede:
- ovunque possibile, lo sviluppo coordinato (quanto a tempo dedicato, a livelli di difficoltà dei compiti per gli alunni, a modalità di gestione) di attività argomentative in ambiti disciplinari diversi (in particolare, oltre alla matematica e alle scienze, l'italiano, la storia e l'educazione tecnica offrono occasioni interessanti di sviluppo di competenze argomentative e di un atteggiamento corretto verso l'argomentazione);
- nelle ore di Matematica e Scienze, accanto all'argomentazione in matematica, lo sfruttamento di tutte le occasioni che possono permettere un esercizio dell'argomentazione su temi non strettamente matematico-scientifici in senso tecnico (ad esempio, temi connessi con la storia della matematica e delle scienze, o con i rapporti tra scienza e società, o con riflessioni sui metodi conoscitivi delle scienze, ecc.). In tal senso molte delle indicazioni presentate per la scuola primaria continuano a valere anche per la scuola secondaria di I grado. In particolare la formulazione di ipotesi motivate, e la validazione argomentativa delle ipotesi, appaiono attività importanti anche nella scuola secondaria di I grado, dove la validazione argomentativa delle ipotesi (in particolare, in campo scientifico-sperimentale) può gradualmente collegarsi alla validazione argomentativa delle congetture matematiche. D'altra parte taluni temi di natura filosofico-epistemologica che si prestano molto bene allo sviluppo di attività argomentative possono trovare una motivazione nella trattazione di argomenti che rientrano nell'ambito della cattedra di Matematica e Scienze - come l'intelligenza umana, le differenze e le analogie tra l'uomo e gli altri animali, il significato della dimostrazione matematica come "validazione in generale", ecc.

Nel quadro delineato diversi temi matematici (o relativi ad applicazioni della matematica ad altri ambiti) si prestano a significative attività argomentative di media-lunga durata:

- le proprietà dei numeri in teoria elementare dei numeri:
* congetturare e dimostrare in generale che 1 è l'unico divisore comune a due numeri naturali consecutivi è una consegna introduttiva (già nella classe I) che in modo naturale evidenzia la potenza del dimostrare in matematica, in quanto un ragionamento generale evita la fatica del controllo dei divisori di due numeri consecutivi (che diventa presto faticoso se si realizza via via sulle successive coppie di numeri);
* un'altra proprietà elementare ma significativa riguarda il massimo comun divisore di tutti i prodotti di tre numeri interi consecutivi
* una proprietà non scontata che può dare luogo a dimostrazioni diverse è quella della divisibilità per 4 della somma di due dispari consecutivi;
.... (ecc.)
(in rete, nel sito di questo progetto, è disponibile una proposta didattica frutto di un lavoro iniziato una ventina di anni fa e via via adattato a nuove classi e nuove esigenze formative).

- la scoperta e giustificazione di quanti sono i numeri (ad esempio) compresi tra 1 e 2. come punto di partenza per un breve percorso sull'infinito, che potrebbe essere svolto in I *(esiste un'ampia* *documentazione su questo tipo di attività svolta alla fine della scuola primaria; la documentazione relativa ad una classe è anche accessibile in rete nel sito di questo progetto)* e poi ripreso quando si parla della radice quadrata di 2 e si fa cenno ai numeri irrazionali

- una parte del percorso didattico di probabilità *che è in rete nel sito di questo progetto* (quella svolta nelle classi III e IV della scuola primaria) potrebbe offrire l'opportunità di un approccio argomentativo consapevole al "pensare in termini aleatori", e svilupparsi poi sia sul versante del calcolo delle probabilità vero e proprio, che sul versante della modellizzazione probabilistica di fenomeni che possono interessare gli alunni (come le giocate al lotto o al superenalotto e la genetica - *per la genetica, vedi materiale all'indirizzo:*
http://www5.indire.it:8080/set/set_modelli/UL/C/modCmat/pres.html).

- le costruzioni geometriche (con l'obiettivo di giustificare perché quella costruzione produce proprio la figura caratterizzata dalla definizione). Questa attività, già suggerita (a titolo di compiti sporadici) per la scuola primaria, potrebbe assumere un carattere più sistematico nella scuola secondaria di I grado. Essa è proponibile a partire dalla classe I e appare particolarmente significativa perché consente anche di realizzare un primo approccio alle definizioni della matematica, alle loro caratteristiche salienti, alla necessità di controllarne la portata (quali figure sono "coperte" da una definizione, e quali no, e perché).

- attività di congettura e avvio alla dimostrazione nel caso della geometria dello spazio, con riferimento alla "geometria della visione" e alla "geometria delle ombre" *(vedi materiale in rete adatto per la I media, agli indirizzi:*
http://www5.indire.it:8080/set/set_modelli/UL/H/modHmat/pres.html,
http://www5.indire.it:8080/set/set_modelli/UL/I/modIMat/pres.html
e per la III media, all'indirizzo:
http://www5.indire.it:8080/set/set_modelli/UL/L/modLmat/pres.html)

- le attività di modellizzazione matematica elementare di fenomeni fisici (come l'allungamento di una molla: *vedi documentazione all'indirizzo:*
http://www5.indire.it:8080/set/set_modelli/UL/A/modAmat/pres.html)
Si tratta di attività importanti, adatte per la classe III, in cui l'argomentazione riguarda il rapporto modello matematico-realtà, il confronto tra possibili modelli diversi, il ruolo dei "parametri" di un modello, ecc.

I temi proposti offrono tutti ampio spazio per lo sviluppo di competenze argomentative e consentono una più ristretta scelta di argomenti da svolgere a partire dalla classe I. E' importante che nelle sue scelte l'insegnante che intende partecipare alla sperimentazione tenga conto dell'importanza che ha per la sua programmazione ogni argomento scelto, e anche della sua familiarità con tale argomento (l'insegnante che possiede bene un argomento può gestirlo in classe dando più spazio alle idee e aalle iniziative degli allievi, e quindi all'argomentazione).

Attività OCCASIONALI di argomentazione possono essere proposte su vari argomenti dei programmi di matematica della scuola secondaria di I grado: ad esempio,
* confronto di strategie risolutive di problemi (quale richiede più calcoli, quale è adatta a generalizzazioni, ecc.);
* confronto tra rappresentazioni diverse di uno stesso numero (ad esempio, rappresentazione decimale e rappresentazione frazionaria di uno stesso numero razionale) ai fini dei calcoli da eseguire con quel numero;
* spiegazione/presa di coscienza di errori ricorrenti
.....

Queste attività occasionali, che si possono inserire nell'usuale vita di classe, contribuiscono a stabilire un contratto didattico, una cultura di classe indispensabile per poter realizzare anche le attività di media e lunga durata aventi come focus specifico l'argomentazione.

Anche per la scuola secondaria di I grado vale tuttavia quanto detto per la scuola primaria a proposito del fatto che le attività argomentative sopra accennate (sia quelle occasionali che quelle di media e lunga durata) non possono essere proposte (pena il loro fallimento!) in un contesto educativo in cui lo stile di insegnamento e le richieste abituali agli allievi danno poco spazio all'argomentazione (un contesto assai frequente nelle nostre scuole, con l'insegnante di Matematica e Scienze che "spiega" e gli allievi che devono cercare di capire, applicare quello che hanno capito nei compiti in classe, e ripeterlo all'insegnante durante le interrogazioni).

6. ARGOMENTAZIONE IN MATEMATICA, NEL CASO DELLA SCUOLA SECONDARIA SUPERIORE

Questa parte del documento si collega al punto 2 come riferimento generale e propone, però, alcune riflessioni su una problematica specifica per la scuola secondaria di secondo grado che, se non affrontata consapevolmente e con attenzione dagli insegnanti, potrebbe anche rendere del tutto inefficaci gli interventi su questo livello scolare.

In precedenza, al punto 2 si era fatto riferimento a quattro condizioni necessarie per costruire una "didattica dell'argomentazione" che sia efficace e che, cioè, consenta di incidere sull'atteggiamento verso la matematica (sia nell'insegnamento che nell'apprendimento) aiutando ad affrontare con strumenti adeguati i delicatissimi e persistenti problemi (di demotivazione, di insuccesso scolastico e formativo) che si evidenziano nella scuola secondaria, soprattutto in quella di secondo grado.
Se riflettiamo su quella che è l'esperienza degli insegnanti di scuola secondaria superiore, pensiamo che non sarà difficile condividere l'idea che non sempre quelle condizioni possono essere garantite nelle classi in cui insegnano. Spesso gli studenti che giungono nelle prime classi hanno esperienze molto diverse, che incidono profondamente nell'atteggiamento verso la matematica. Non è quindi improbabile che l'insegnante di un biennio di scuola secondaria di secondo grado si trovi nella situazione di dover partire quasi da zero nella costruzione di una cultura dell'argomentazione, almeno per quel che riguarda un consistente numero di studenti. Naturalmente, ove questa situazione si verificasse al triennio, sarebbe ancora più impegnativo affrontarla con la speranza di successo significativo, visto che i tempi di intervento sarebbero ancora più ridotti.

Si pone allora la domanda: che cosa fare quando le condizioni 2, 3 e 4 elencate al punto 2 (per soddisfare la 1 basterebbe scegliere un oggetto adeguato alle conoscenze e all'esperienza degli studenti) devono essere costruite quasi dal nulla almeno per un consistente gruppo di studenti?

Le risposte sono diverse, a seconda delle risorse che il consiglio di classe è disponibile a investire.
Nel caso di una classe di biennio in cui gli insegnanti di matematica e di lettere fossero convinti dell'opportunità di provare a investire risorse ingenti per preparare un terreno fertile alla "didattica dell'argomentazione", la probabilità di realizzare un intervento adeguato ed efficace sarebbe consistente, disponendo di un contenitore di una quindicina – ventina di ore settimanali (nei corsi liceali PNI con fisica) in cui svolgere attività con un'attenzione sistematica e costante alla "didattica dell'argomentazione".
Nel caso in cui non vi fosse la disponibilità sistematica e convinta dell'insegnante di lettere, la probabilità di effettuare un intervento efficace e adeguato diminuirebbe, ma potrebbe essere ancora piuttosto significativa se l'insegnante di matematica fosse disponibile a fare della "didattica dell'argomentazione" il punto centrale della propria azione didattica, scegliendo le attività da proporre e il percorso didattico in modo da conseguire gli obiettivi delineati nella parte iniziale di questo documento e che, nel caso della scuola secondaria di secondo grado, devono tenere in

maggiore considerazione anche aspetti legati al passaggio dall'argomentazione alla dimostrazione che richiede la comprensione del ruolo e della funzione di una teoria.
I casi più difficili da trattare e con probabilità quasi nulla di incidere significativamente nell'atteggiamento verso l'apprendimento e l'insegnamento della matematica sono quelli che vedono insegnanti poco disponibili a fare della "didattica dell'argomentazione" l'obiettivo caratterizzante della propria azione di insegnamento. In questi casi la disponibilità massima potrebbe essere quella di costruire e sperimentare attività un po' a macchia di leopardo, relegandole in alcuni momenti particolari dell'anno, ma senza continuità e sistematicità.
Come detto, in questi casi, i risultati non potranno essere significativi, nemmeno sul lungo termine; nonostante ciò, la disponibilità a sperimentare è lo stesso una risorsa per il nostro progetto (e in ogni caso non farà certo danni agli studenti a cui sarà rivolta), perché consente di ottenere informazioni sempre più accurate sulla trasferibilità di certe attività.

Riteniamo importante che le insegnanti e gli insegnanti interessati a lavorare a questo progetto e a sperimentare nelle proprie classi le attività costruite intervengano attivamente nella scelta dei temi, nella modalità di proporre le attività in classe: non avrebbe molto senso che si limitassero a proporre in classe attività e percorsi che noi metteremo a disposizione come possibili esempi (che hanno il pregio di essere stati più volte sperimentati). In particolare, riteniamo opportuno che, soprattutto chi sperimenta nella scuola secondaria di secondo grado ed è disponibile a essere fortemente coinvolto, possa indicare, fra quelli da noi proposti, un tema che ritiene di particolare importanza, perché tocca nodi concettuali ritenuti centrali e sul quale, quindi, sia possibile investire sistematicamente (in una prospettiva di didattica lunga) risorse di tempo significative.

Le tipologie di attività e percorsi per la scuola secondaria su cui abbiamo molto materiale e che, in ogni caso, andrebbero riviste e condivise con chi vorrà sperimentarle vertono intorno ai seguenti nuclei concettuali:

a) funzioni;
b) porsi e risolvere problemi in vari ambienti;
c) costruzioni geometriche;
d) avvio al pensiero teorico e alla dimostrazione in geometria;
e) avvio al pensiero statistico e probabilistico.

7. CONSIDERAZIONI CONCLUSIVE

Nelle riunioni per gruppi di livello scolare che seguiranno questa presentazione si avrà la possibilità di chiarire alcuni aspetti, esternare eventuali perplessità e iniziare a condividere con gli insegnanti del gruppo di progetto modalità di lavoro.
Forse è ancora utile accennare alla consonanza di fondo tra questa proposta del Gruppo di progetto e le tante proposte di didattica laboratoriale che vengono avanzate da molto tempo e che continuano a essere poco diffuse, nonostante la soddisfazione da parte di insegnanti e studenti che le sposano. Ed è forse ancora più importante precisare alcune caratteristiche della didattica laboratoriale (nel nostro caso il prodotto del laboratorio sono le capacità argomentative), perché spesso nascono molti equivoci.
Il termine *laboratorio* rimanda al lavoro, alle dimensioni dell'agire e del fare. In qualche modo evoca anche laboriosità e quindi attenzione, coinvolgimento, partecipazione al processo di costruzione del prodotto. Quando si usa il termine *laboratorio*, non si vuole in alcun modo pensare a una scuola fatta di indicazioni pratiche e ricette e tanto meno a un ambiente nel quale si discuta sul nulla; si pensa a un luogo di insegnamento – apprendimento, volto alla costruzione di significati, che favorisce la comunicazione fra pari e fra studenti e insegnante, l'avvio graduale al sapere teorico come strumento in cui situare (e dare risposte a) domande del tipo "perché è così?" e "che cosa succederebbe se …?".
Nel primo anno del corso di laurea in matematica si sta conducendo da alcuni anni un'esperienza di didattica laboratoriale: si sono creati spazi nei quali la proposta non è quella classica della lezione

nella quale si danno, ex catedra, gli strumenti concettuali e teorici da applicarsi poi, nelle esercitazioni, ma si propongono agli studenti problemi lasciando loro il tempo di affrontarli, individualmente o in piccoli gruppi, con un docente che funge da tutor e che interviene solo quando richiesto dagli studenti, limitandosi spesso a precisare le questioni, a proporne altre che possano aiutare gli studenti a trovare autonomamente strategie risolutive e a controllarle. Si tratta di una didattica di tipo laboratoriale in cui lo studente interagisce con altri studenti e con l'esperto, individua strategie risolutive ai problemi proposti discutendole e argomentandole, giustificandole. I risultati, anche in presenza di un tempo piuttosto limitato, come quello dei corsi universitari, sembrano molto confortanti.